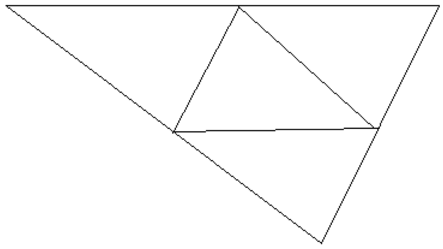
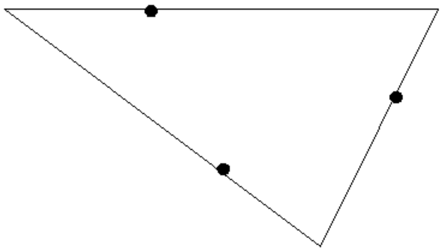
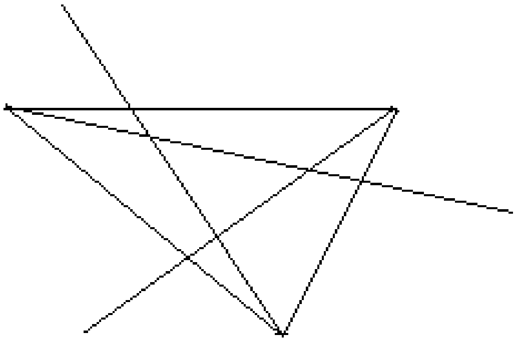
三角形の７等分

　どんな三角形でも各辺の中点をそれぞれ結んでやれば、４等分することが出来る。

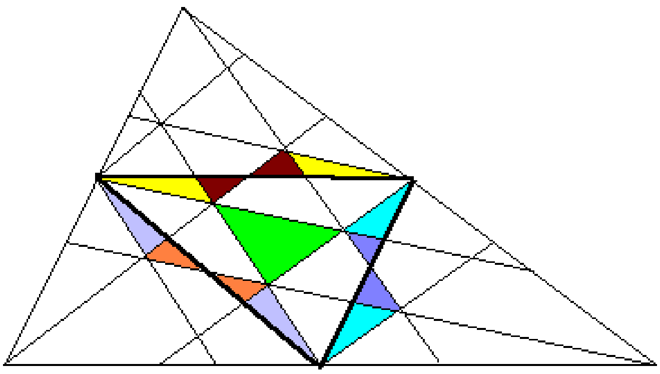




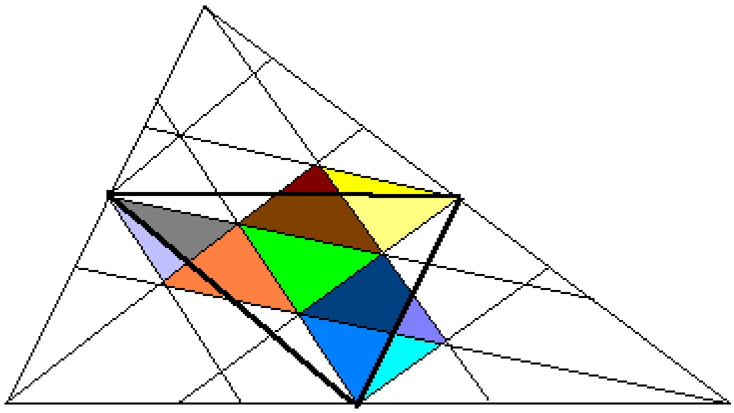
　では、三角形の各辺の３等分点のうちの３つを右の図のようにとって、もっとも遠い頂点と結ぶとどうなるか。(今の場合頂点から右側に近い３等分点を選んでいるが、左側に近い点をとることも可能)



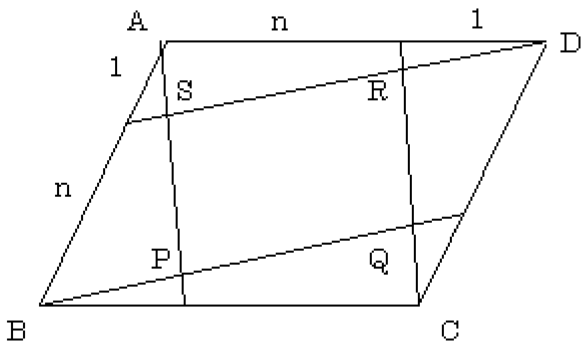
　すると、中央部に出来た小さな三角形は、もとの三角形の７等分になる。平行線を追加し、中央の三角形(緑色の部分)による平行四辺形の格子を描けば、同色の部分の入れ替えによって、周囲に合計６個分の合同な三角形を形成することが理解できる。



(中川宏)

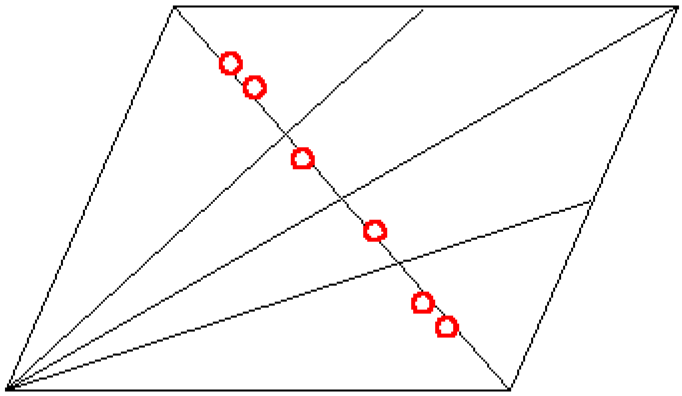


平行四辺形の格子分割



平行四辺形 ABCD と PQRS との面積の比は、(n＋１)^2＋１ ：n^2

平行四辺形の中線は対角線を３等分する

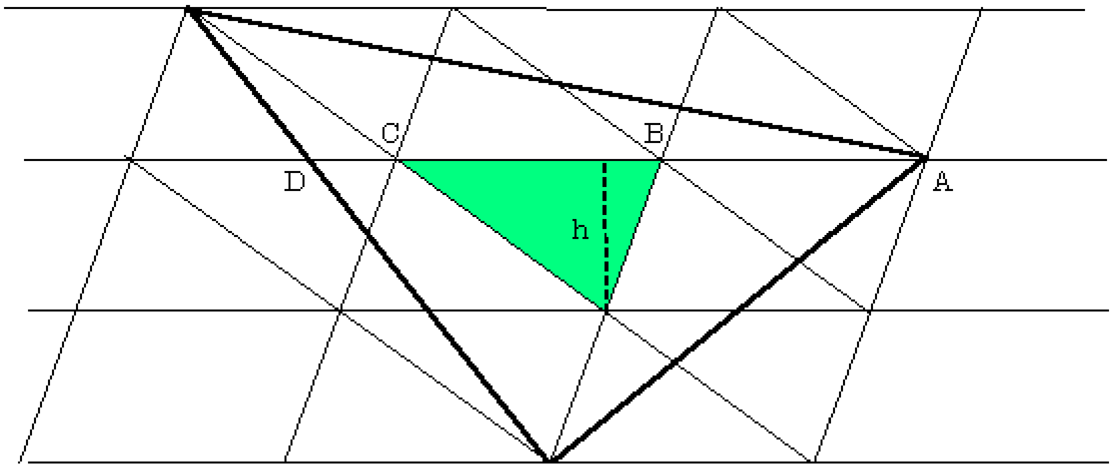


・平行四辺形の２本の対角線はお互いに２等分する。

・　三角形の重心は中線を２；１に分ける

をつかって、以上のことを導くことができる。

三角形の７等分（面積計算から）



平行四辺形の中線は対角線を３等分するという定理をつかうと、上の図の大きな三角形が緑の三角形の７倍の面積をもつことは容易に確かめることが出来る。

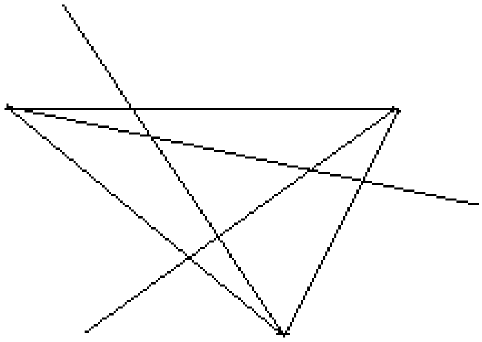
CD＝１／３BC　なので、AD＝(２＋１／３)BC＝７／３BC

よって、大きな三角形の面積は、AD を境とする上下の三角形の面積の和なので、

７／３BC×（１＋２）ｈ÷２＝７（BCｈ÷２）

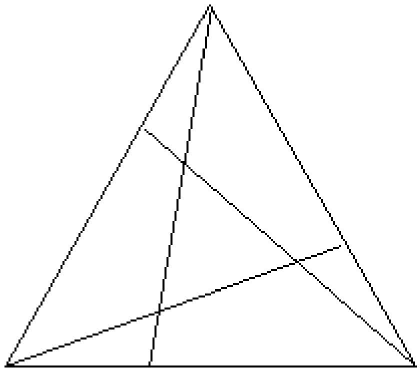
であるので、緑の三角形の面積の７倍である。

三角形の７等分（相似図形になる場合）



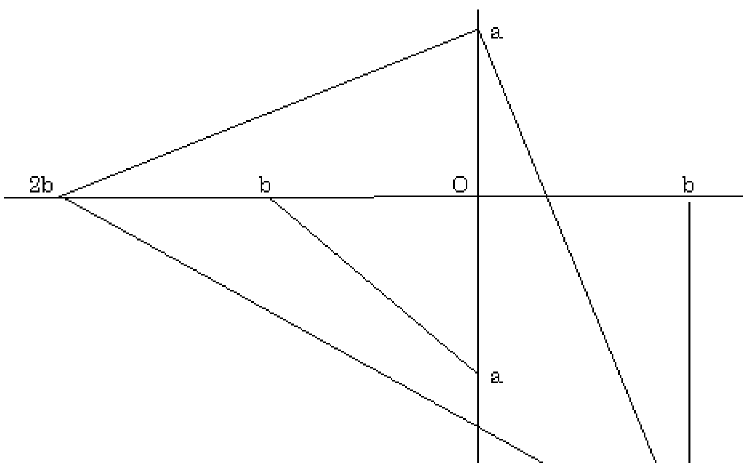
７等分された三角形は右の図のように一般的には元の三角形と相似ではない。そこで相似になる場合はないのだろうかと、考えてみた。

最初に思いついたのは正三角形の場合で、これは予想通りであった。



他にはないのだろうかと考えて、山勘で描いてみたのが３：４：５の直角三角形なのだが、これが意外といい線を行っていたので、微調整してみると、３０：３７：４８くらいの直角三角形と目された。このことを佐藤先生に伝えると、翌日√２：√３：√５という返事がかえってきた。

それを聞いて、佐藤先生のことだから座標を使ったのではないかと推測して描いてみたのが次の図である。



ここで、外側の三角形の短辺が内側の三角形の 0a と、また、外側の三角形の中辺が 0b と、位置を入れ替えて対応し、長さの比が√７であると仮定すると、

4b^2+a^2=7a^2

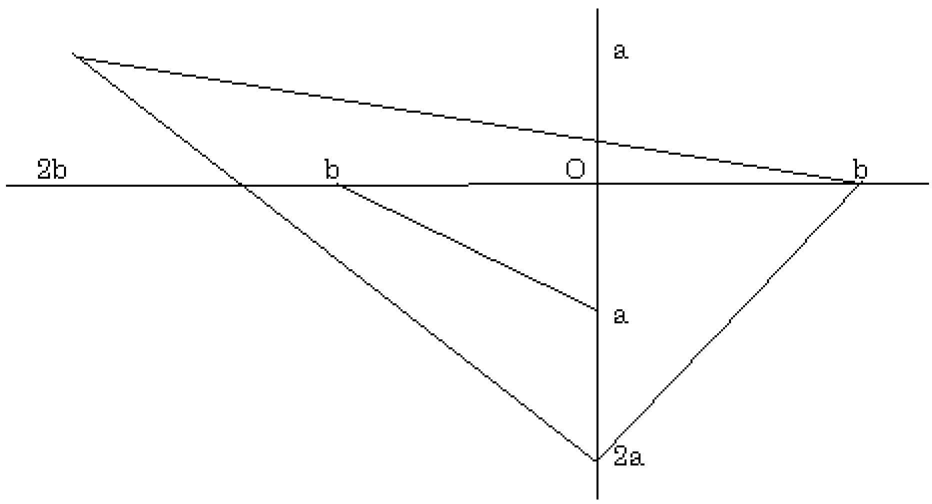
b^2+9a^2=7b^2

がなりたっているはずで、いずれも 3a^2=2b^2

なので、a:b=√２：√３

を導くことが出来た。

　さらに、３等分点のとりかたを逆回りにした場合を考えて図にしてみた。



このばあいには、短辺に着目して、

4a^2+b^2=7a^2

から、a：ｂ＝１：√３

つまり、正三角形の２等分の直角三角形であることが導けた。