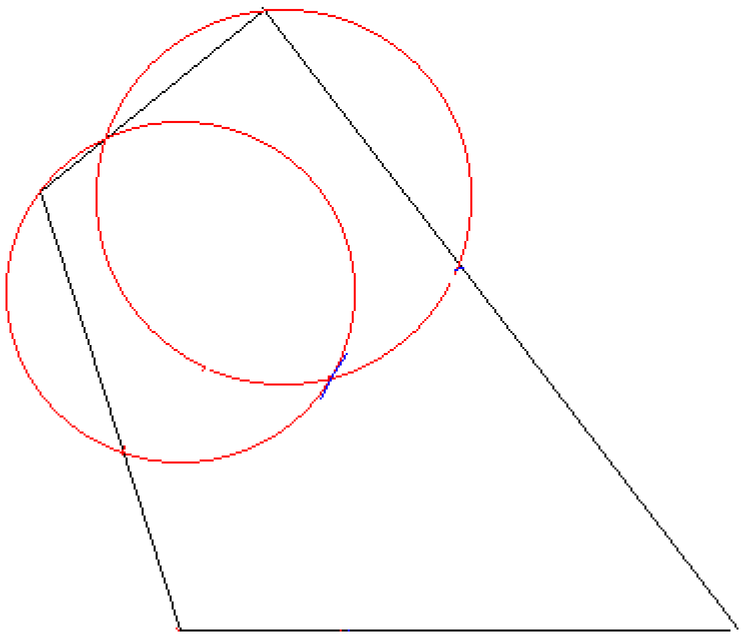
多角形の円に内接する四角形への分割

中川宏

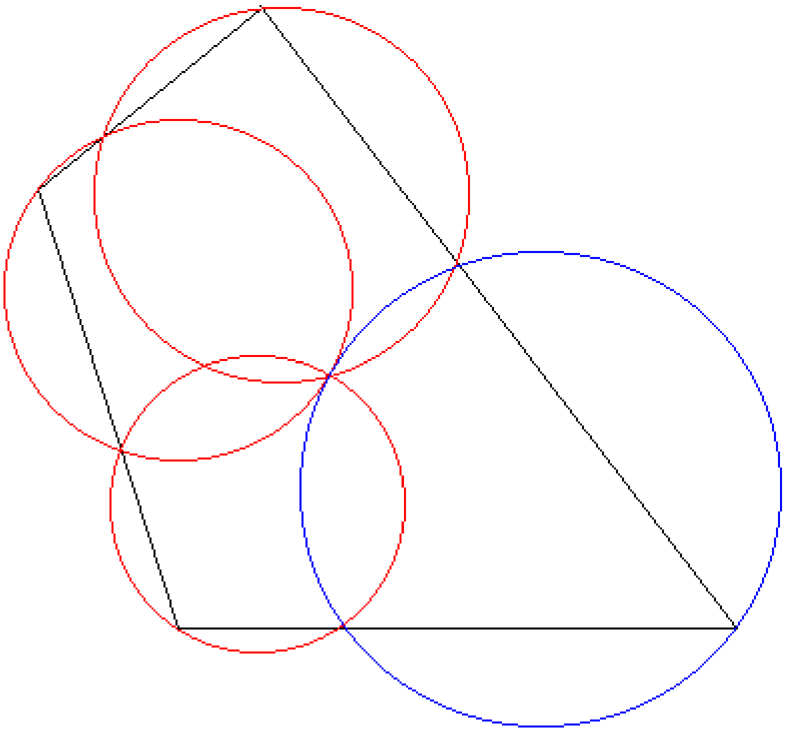
<かなめの定理>をべつの角度からみると、三角形は任意の3つの円に内接する四角形に分割できるということができます。一点で交わる円を先に描いた場合は、円に内接する四角形で隙間なく埋め尽くされた凸N角形はNが大きくなっても描けることがわかりましたが、先にN角形が描かれている場合はどうでしょうか？

四角形のばあい

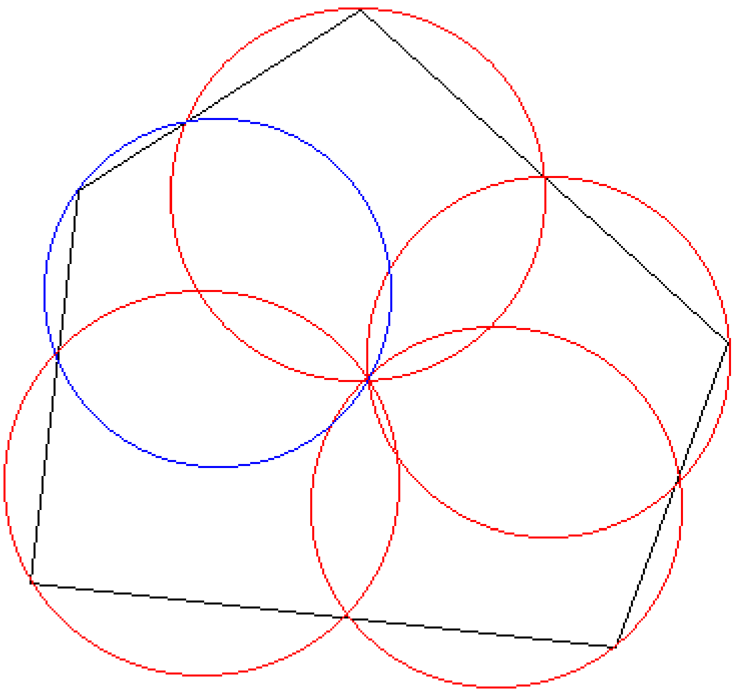
まず、四角形の一つの頂点をとおりその頂点からでる2辺と交わる円を適当に描きます。
つぎに隣の頂点と、最初の円と辺の交点をとおり、もう一つの辺とも交わる円を適当に描きます。



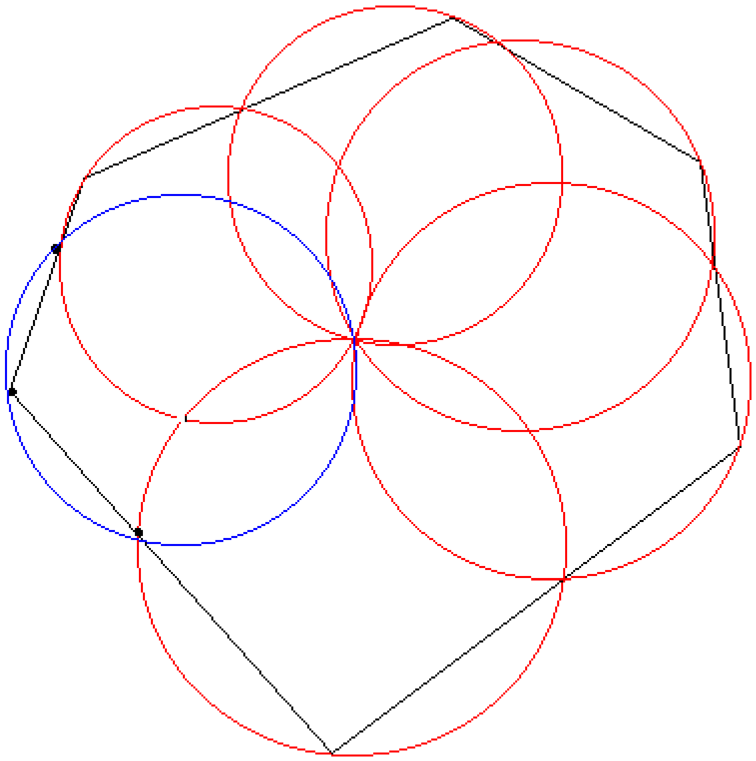
第3の円は、2円の交点と第3の頂点、さらに第2の円と辺の交点という3点を通る円になりますので、一つに決まります。
その後に第4の青い円が第4の頂点と3円の交点、第4の頂点をはさむ2辺上の交点を通るかどうかですが、数回ためしていずれも描くことができました。



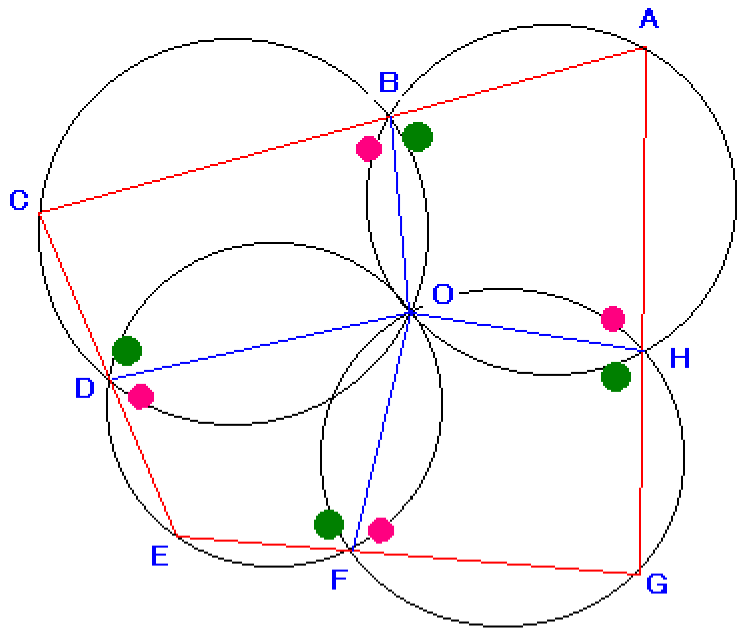
五角形のばあい



六角形の場合も同様です。



これらのことは次の事実にもとづきます。



円に内接する四角形の向かい合う角の和＝180°
なので、赤丸の角と緑色の角は円を追加するたびにセットで並んでいき、最後の４点

からなる四角形も対角の和が１８０°なので円に内接するというわけです。
ただし四角形以上の場合は、N個の円の要の位置はどこでもよいというわけではありません。要の点と各辺で作る角度がすべて鋭角になることが条件です。
以上から、
定理　任意の凸N角形はN個の円に内接する四角形に分割することができる。