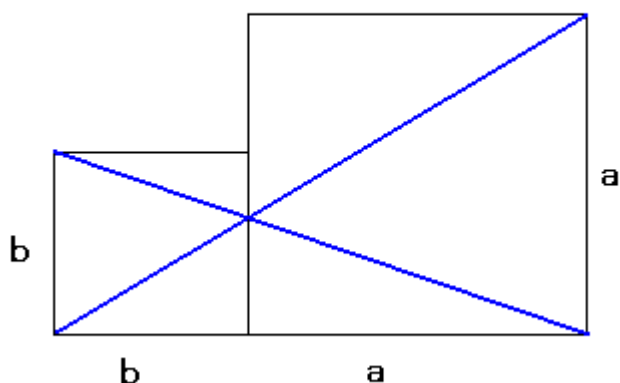


正方形による調和平均・相加平均・相乗平均の図示

中川宏

三角形を使った単純な作図からフェルマ一点が生まれたので、つぎに正方形を使った単純な作図を試してみました。

大きさの異なる二つの正方形を並べて、適当に頂点を結んでみただけです。



するとどうやら二つの正方形の境目で一点にまじわるかのように見えます。

右上がりの青い線が境目と交わる点を ha

右下がりの青い線が境目と交わる点を hb

とおくと、三角形の相似比から、

$$a:ha=a+b:b$$

$$b:hb=a+b:a$$

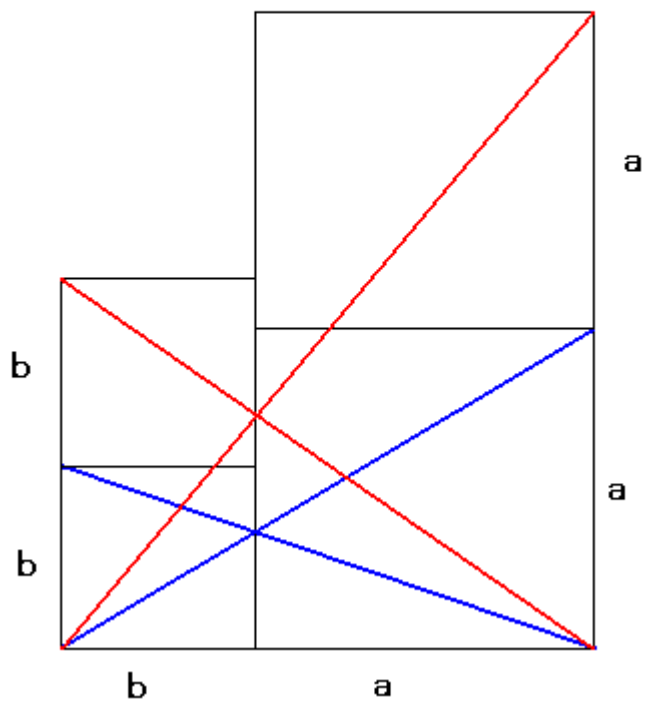
となり、

$$ha=hb=ab/(a+b)$$

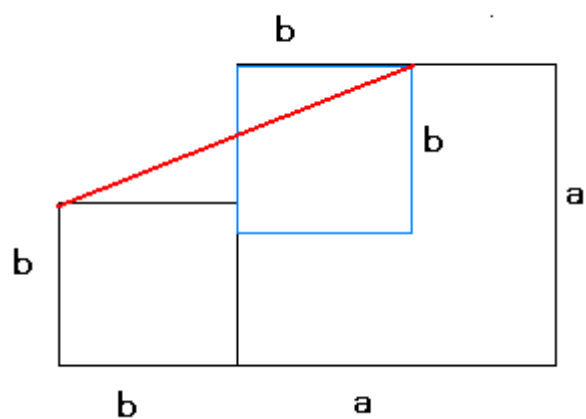
であり、やはり一点で交わっていることがわかりました。

と同時に、 $ab/(a+b)$ というのはきれいな式だなと感じて、佐藤先生に問い合わせしてみましたら、2倍すれば調和平均になると教えてくださいました。

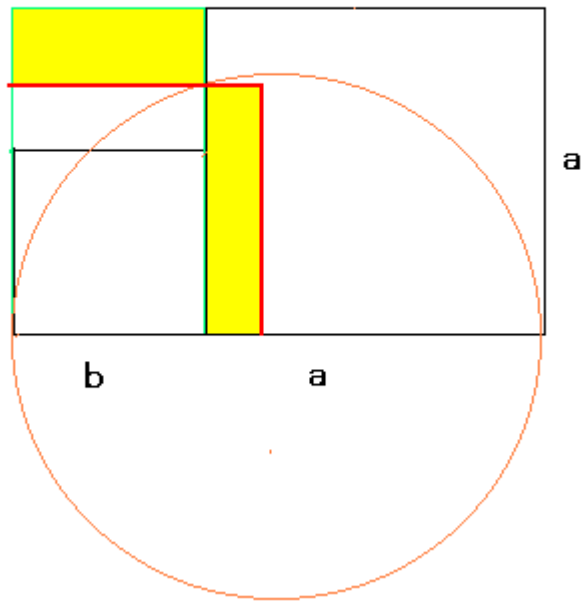
そうなら、調和平均の図示は簡単です。



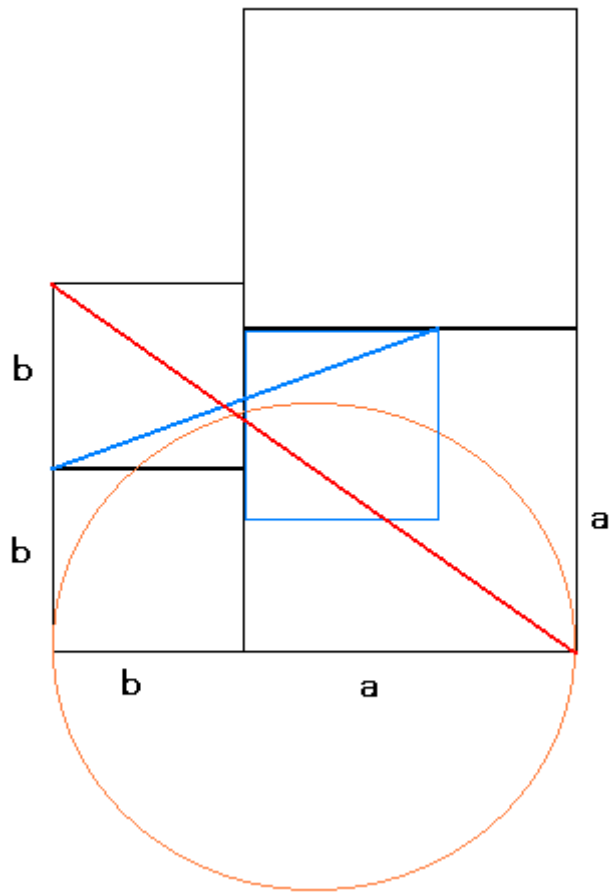
上の図の赤い線の交点が調和平均 $2ab/(a+b)$ を示しています。
 調和平均という、秋山先生の本に相加平均・相乗平均とならんででてきていたことを思い出して、それらも二つの正方形で表せるか試してみました。



相加平均 $a+b/2$ は、小さな正方形を大きな正方形の左隅にも描いて頂点を結んだ赤い線が、二つの正方形の境目と交わる点です。



相乗平均 \sqrt{ab} は、並んだ正方形二つ分の底辺を直径とする円が正方形の境目と交わる点です。なんだかうまく行き過ぎて怖いような気もしますが、3種類の平均を一直線上に収めることができました。



小さいほうから、二つの正方形の境目において、
 赤い線が示す調和平均
 オレンジ色の円が示す相乗平均
 青い線が示す相加平均
 となっています。