

多面体木工の幾何学

Geometry of Wooden Polyhedra

中川宏†

† NPO法人科学協力学際センター

積み木インテリアギャラリー

Hiroshi NAKAGAWA †

† Center for Collaborative Interdisciplinary Science

Gallery of Wooden Polyhedra

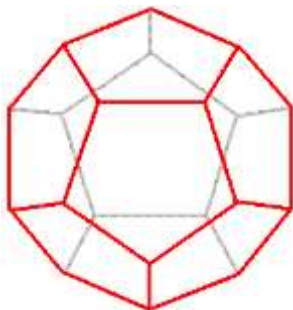
1 はじめに

空間充填をつかさどる平行多面体全 5 種類は、たった一つの元素（ペンタドロン）から構成される。正 5 角形だけからなる正 12 面体は大工の面取りから生まれる。立方体と正 12 面体ともう一つの立体とで空間が隙間なく充填される。これらのごく基礎的な幾何学上の発見は、素人が趣味で作った木の模型で遊んでみることから始まった。

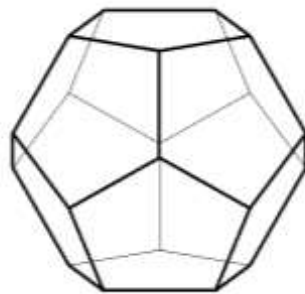
2 正 12 面体の木工製作（立方体切稜法）

ここでは、正 12 面体を例にして多面体の木工製作について解説する。以下の順序で解説を進める。

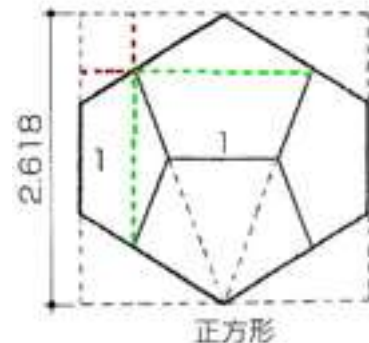
1. 正 12 面体模型を観察して、作り方を考える（図 1 (a) ~ (c) 参照）。
2. CG アニメーションを見ることにより、正 12 面体の作り方のイメージを整える（文献 [1] の巻頭 CG より）
3. 実演：発泡スチロールカッターで正 12 面体を切り出す。
4. 立方体切稜（45 度）との対比を行う（図 2, 3 を参照）。
5. 立方体に屋根をかぶせるユークリッドの方法と対比する（図 4 参照）。



(a)



(b)



(c)

図 1: 正 12 面体の見方と作り方



図 2: 正 12 面体の切り出し (角度 31.7 度)



図 3: 切稜立方体の切り出し (角度 45 度)



図 4: ユークリッドの原論による作り方

3 正 12 面体と立方体とによる空間充填のシステム

正 12 面体を利用して空間充填ができることを紹介する。正 12 面体と他の立体を規則的に並べることで空間充填を達成することができる (図 5 参照)。空間充填を行うための手順は以下の通りである。

1. 正 12 面体を規則正しく並べる。
2. ジョンソン立体 No. 91 (図 6) を隙間に詰める (図 7, 8 参照)。
3. 空間充填の完成。

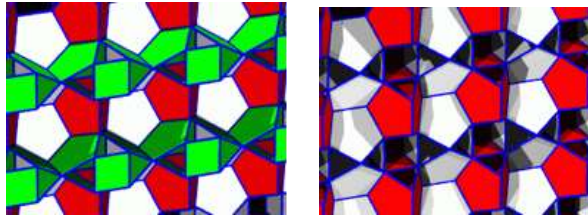


図 5: 正 12 面体とその他の立体を利用した空間充填



図 6: ジョンソン立体 No. 91



図 7: 立方体の空隙



図 8: 正 12 面体+立方体+ジョンソン立体 No. 91

4 空間充填立体相互の連関

続いて、空間充填立体の相互連関について、以下の 4 項目の解説を行う。

1. はじめに、立方体の切稜によって、立方体と菱形 12 面体との中間段階にある 18 面体が作れることを解説する（図 9 参照）。
2. 次に、切稜立方体積み木による切頂 8 面体造形を紹介する（図 10 参照）。
3. さらに、菱型 12 面体と切頂 8 面体の共通素子について解説する（図 11 (a) ~ (d) を参照）。
4. 最後に、平行多面体の「元素」となる図形について解説を行う。この元素を 12 個組み合わせると立方体を作ることができる。立方体だけでなく、この元素を、48 個組み合

わせると切頂 8 面体, 192 個組み合わせると菱型 12 面体を構成できる.



図 9: 立方体 - 切稜立方体 - 菱型 12 面体

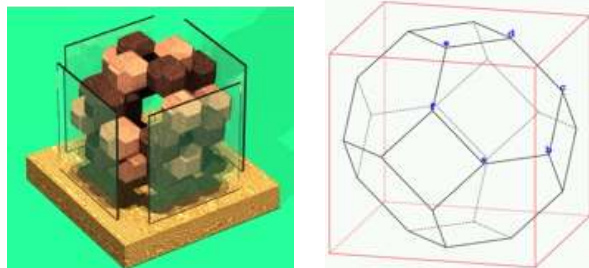


図 10: 切稜立方体積み木による切頂 8 面体造形



(a)



(b)



(c)



(d)

図 11: 菱型 12 面体と切頂 8 面体の共通素子

(a) 立方体・切頂 8 面体・菱形 12 面体は同じように 6 等分することができる. (b) 切頂 8 面体を 6 等分し, さらに 4 等分したものを外側に貼り付けていくと , (c) 菱形 12 面体ができあがる. (d) その立体 (左) を左右にひらいた立体 (中) は裏返す (右) と 3 対で立方体を 2 等分したもの (奥) になる.

参考文献

[1] 佐藤郁郎・中川宏「多面体木工 (増補版)」, NPO 法人科学協力学際センター 出版, 2011