

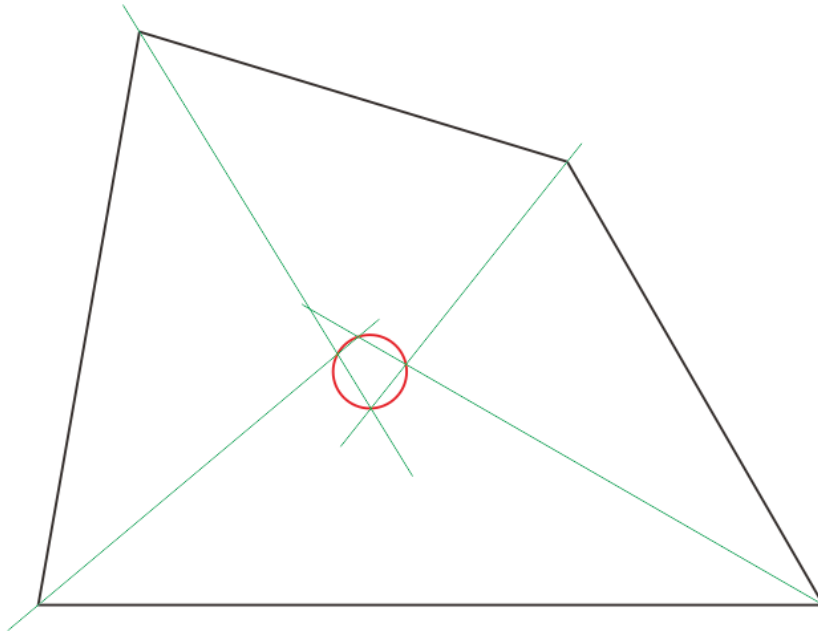
四角形の5心

山崎憲久

三角形の5心（内心、傍心、重心、外心、垂心）に対応する四角形の性質をまとめてみる。

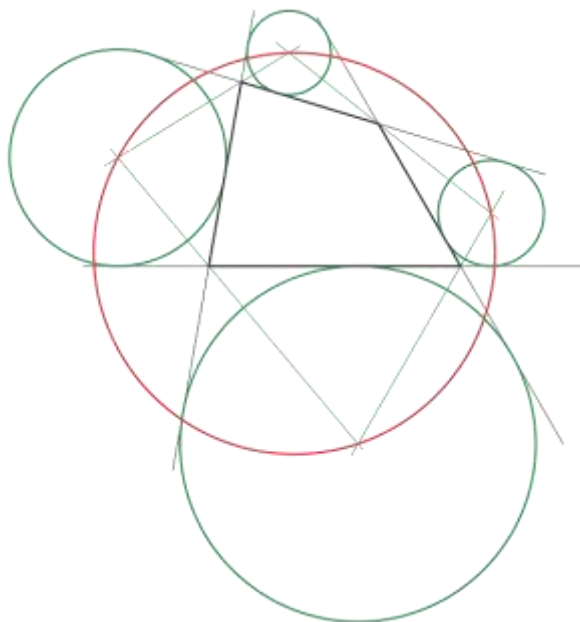
（1）内角の二等分線の交点

幾何学大辞典の第1巻に、四角形の各内角の二等分線は円に内接する四角形を作る、とある。

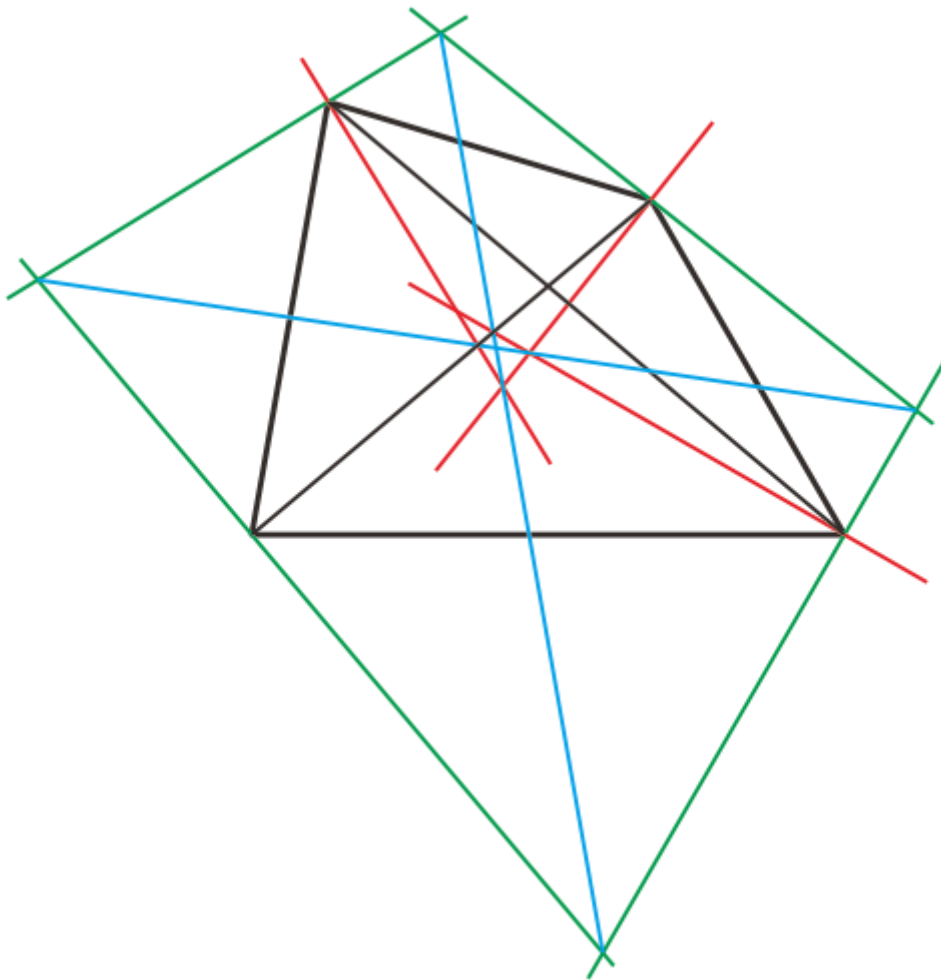


（2）外角の二等分線の交点

三角形の傍接円に当たるものを任意の四角形において描くと、4つの傍接円の中心は一つの円周上にある。



四角形の内角の二等分線の交点と、4つの傍接円の中心が作る四角形の対角線の交点は一致する。

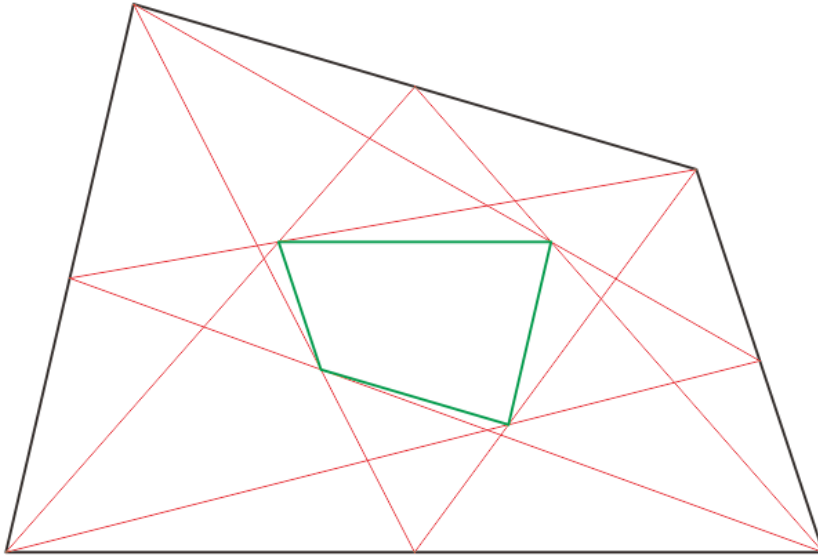


これは、三角形の傍心と内心の関係の四角形版といえよう。

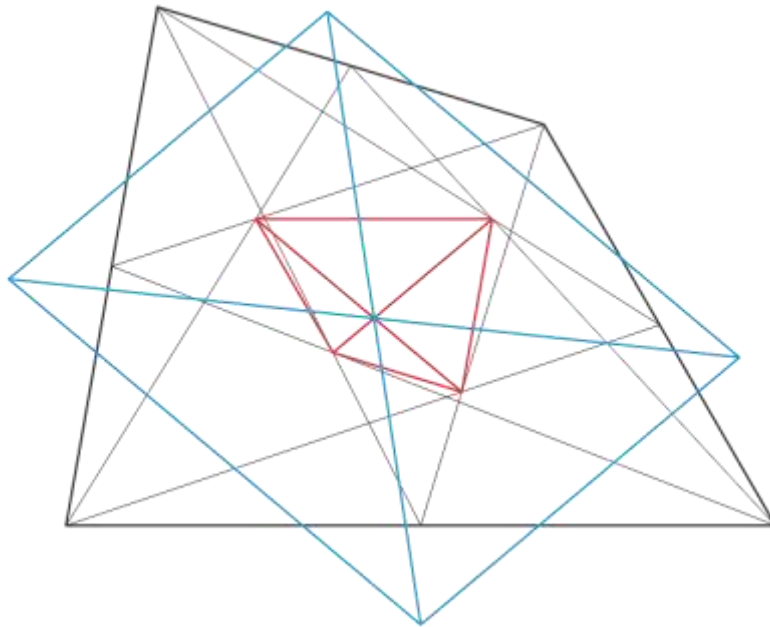
以下、重心、外心、垂心については四角形の対角線を加え、四角形の対角線と一つの頂点で作る三角形4つについて考える。

(3) 重心

四角形の対角線と一つの頂点で作る三角形4つのそれぞれの重心が描く四角形は、元の四角形と相似である。

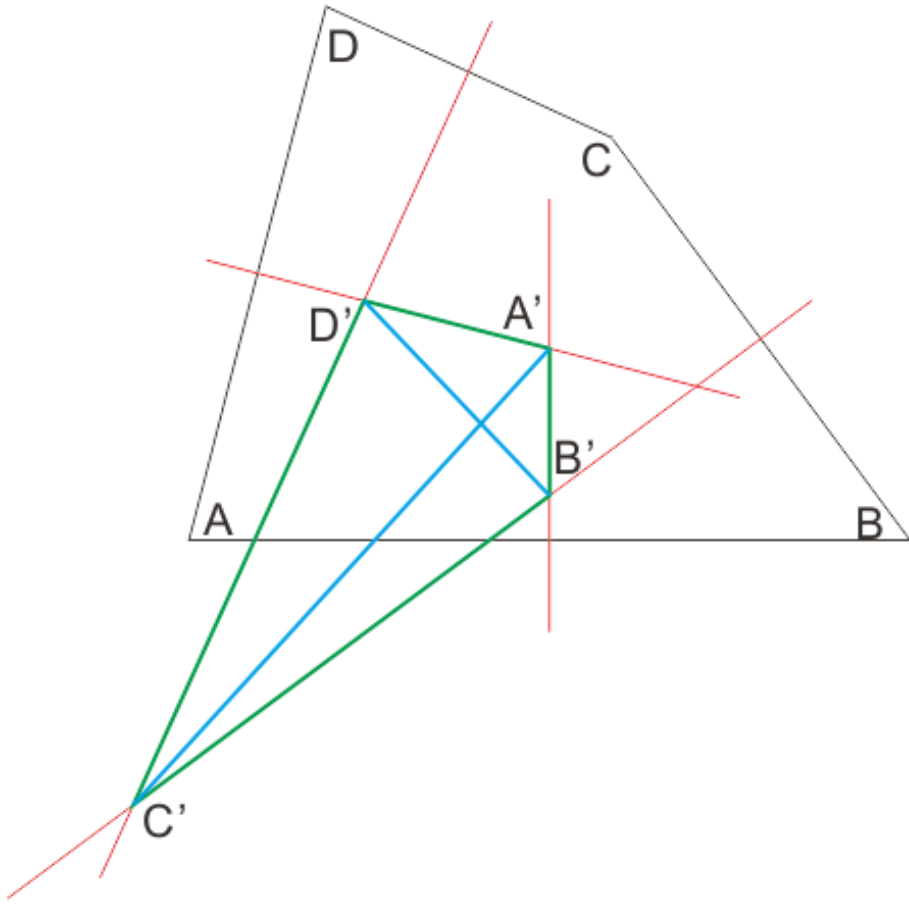


また、その対角線の交点は、元の四角形の四辺の3等分点を結ぶ直線で囲まれるウィッテンバウアーの平行四辺形の中心と呼ばれる四角形の(物理的)重心と一致する。



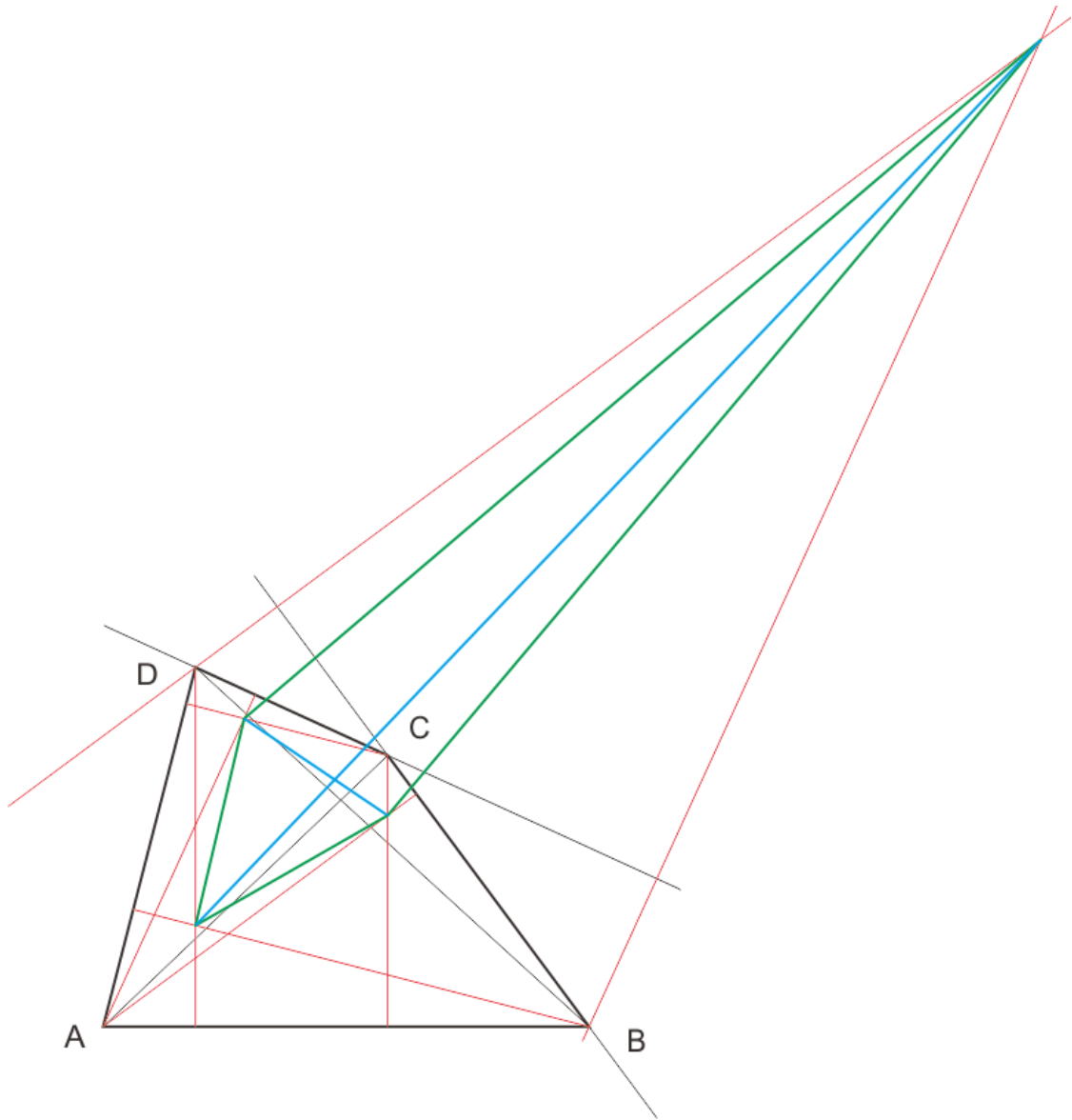
(3) 外心

四角形の対角線と一つの頂点で作る三角形4つのそれぞれの外心を結んで四角形を作る。その四角形の対角線の交点を四角形の外心とする。



(5) 垂心 (伊藤仁一、2011)

四角形の対角線と一つの頂点で作る三角形4つのそれぞれの垂心を結んで四角形を作る。その四角形の対角線の交点を四角形の垂心とする。



そうすると、

四角形の重心・外心・垂心は同一直線状にある。

また、重心—垂心間の距離は、重心—外心間の距離の二倍である。

これは三角形のオイラー線の四角形版といえよう。

