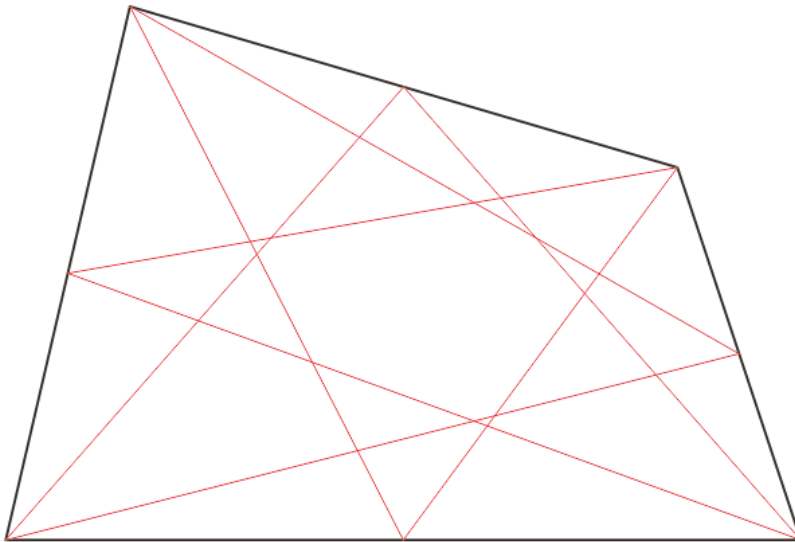


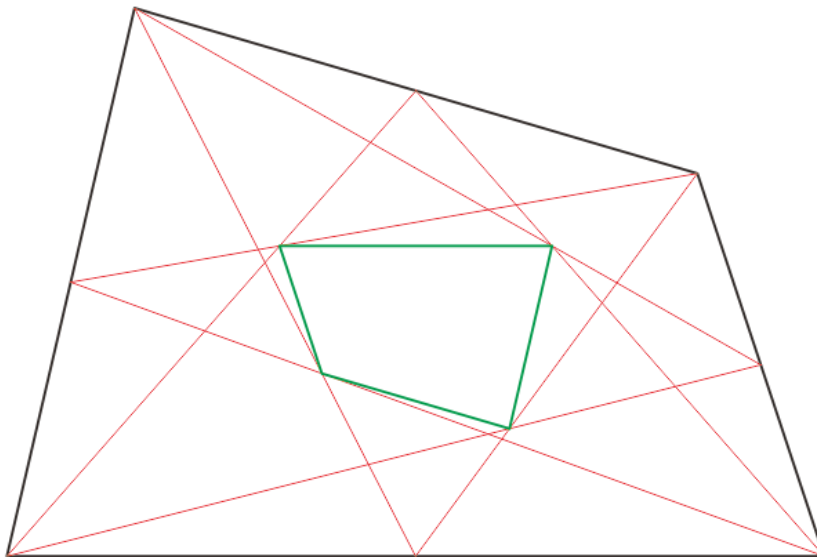
四角形の重心系相似

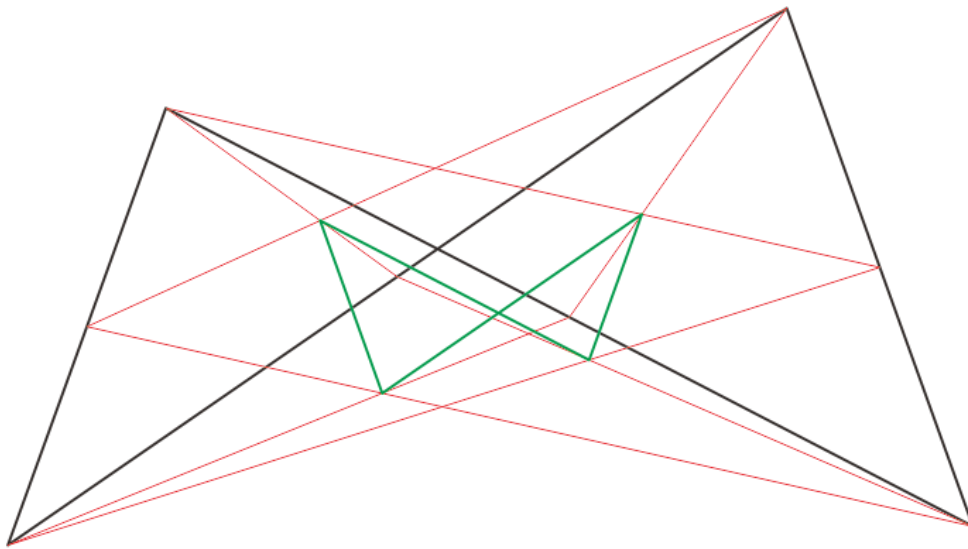
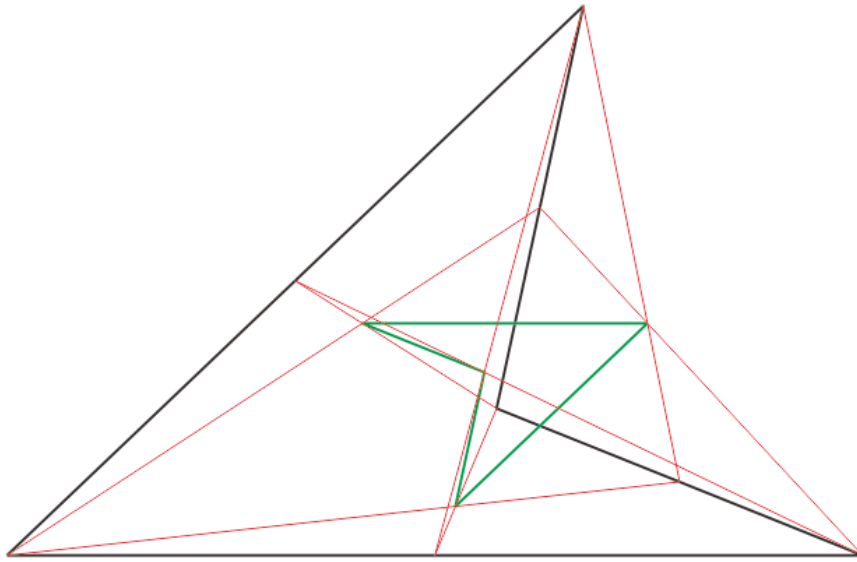
山崎憲久

任意の四角形の各頂点と向かい合う辺の中点をすべて線分で結ぶ。



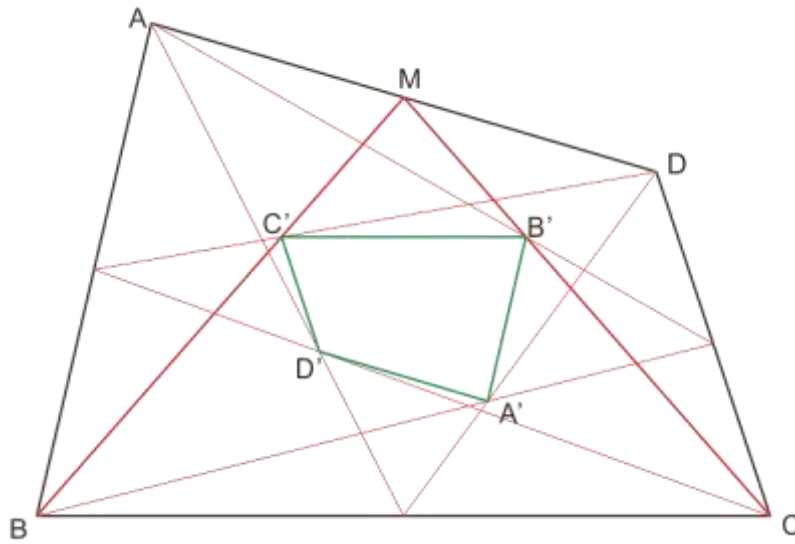
それらの線分の交点を適当に結ぶと、元の四角形と相似の四角形が現れる。
相似比は3分の1である。





じつは、選んだ4つの交点は、四角形のある対角線とある頂点からなる4つの三角形の重心に当たる。三角形の重心を作図する際に、頂点と対辺を結ぶ線分の交点が1点になるのに比して、四角形の場合は4点になるようなものである。

証明



三角形 BCM において、 $B'C'$ が BC と平行で長さが $\frac{1}{3}$ であることを示す。

B' は三角形 ACD の重心であり、 C' は三角形 ABD の重心である。よって、

$$CM : B'M = 3 : 1$$

$$BM : C'M = 3 : 1$$

であるから、 $BM : B'C' = 3 : 1$ で、かつ $BC \parallel B'C'$

他の3つの辺についても同様であるから、四角形 $A'B'C'D'$ は四角形 $ABCD$ と対応する辺が平行で、かつ辺長比も $\frac{1}{3}$ と等しい。つまり両者は相似である。

また、 $A'C'$ と $B'D'$ の交点は、四辺の3等分点を結ぶ直線で囲まれるウィッテンバウアーの平行四辺形の中心と呼ばれる四角形 $ABCD$ の(物理的)重心と一致する。

