Bridges 2022 会議議事録
George Hart

木製多面体の構築

概要

木製の多面体を作成する方法が説明されており、作成者と視聴者は 0、1、2、および 3 次元の幾何学的コンポーネントについて考えるようになります。 この分野は、数学、美術、教育において長い歴史があり、美と構造や合理性との融合の、具体的で象徴的な重要性を持っています。

序章

木製の多面体は、触感があり、有機的で、自然な色で、くっきりとしたファセットと美しい木目の質感を備えた、美しいオブジェクトになることができます。それらは、紙や段ボールのモデルと比較して、頑丈で実体があり、個々の作品の職人技を示しています。 それらを手に持って回転させてすべての側面を見ることは、感覚的で芸術的な体験になる可能性があります。 「見る人」は、見た目だけでなく、木の質感や重さ、匂いなどを楽しむ「体験者」でもあります。 それらは、幾何学文献にすでに存在するよく知られた形状の数学的または芸術的なモデルとして機能する場合もあれば、美的目的で作成された元の形状に基づく彫刻である場合もあります。 この論文では、さまざまな例と構築方法を調査し、木製の多面体を作ることは、数学を教える実験室の演習として重要な教育的価値があることを示唆しています。 補遺 [9] には、生徒が学校で木製の多面体を作成する方法についての議論が含まれています。
巧妙に作成された多面体モデルは、適切な量の技術的な説明とともに提示され、視聴者を引き付け、根底にある数学的アイデアをさらに調査するように導くことができます．一部の博物館コレクションには、歴史的に教育目的で作成された木製の多面体が含まれています。 趣味の木工職人の間で現在活発に行われているのは、技術的熟練の証明として、正十二面体や 正二十面体などのプラトン立体を構築することです [23]。 さらに、美術の世界では、物理的には単なる木製の多面体である重要な彫刻の興味深い例が見られます。
多面体の研究は、3D デザインの基礎を提供しながら、空間的な推論と想像力を発達させます。 独自の多面体を作成することで、その本質を把握することができます。 エッジの長さ、多角形の角度、二面角、構造の規則性、変換などの技術的な詳細が発生します。
多くの参考文献では、学生が多面体を介して幾何学的概念と数学的思考を学ぶ方法を推奨しています。通常、紙（モジュラー折り紙など)、厚紙（カットして

接着したモデルなど）、またはプラスチック構造セット（例：面モデル用のPolydron または頂点とエッジを強調するモデル用の Zometool)を使います。木製モデルを作ることは、典型的な愛好家の木工職人のスキルセットの範囲内にあります。

図 1

いくつかの例

その長い歴史にもかかわらず、「多面体」という用語は、あいまいで一貫性のない定義であることで有名です。
数学の分野に応じて、多面体は埋め込まれた 3D ボリューム、または単なる 2D 表面（「トーラス」はドーナツの表面であり、そのボリュームではないため)、または原始要素の本質的な関連関係を含むより抽象的なものである可能性があります。 凸性、連結性、有限性、自己交差などの条件によって定義が異なります。 ここではこれらの細かな点は無視して、直観的な意味での使用法を前提とします。 このプレゼンテーションは、モデルが多面体の 0、1、2、または 3 次元要素、つまり頂点、エッジ、面、またはソリッドコンテンツをどのように強調するかを中心に構成されています。

面モデル　図 1 は、面モデルの 3 つの例を示しています。2D 平面要素を強調するために、面ごとに別々の木片で構成されています。 図 1a は、92 面の対称面体 [15] を示しています。これは、20 の正則エネアゴン（別名九角形）を備えているため注目に値します。これは、幾何学文献においても比較的希少な多角形です。メープル、ブビンガ、パープルハートの多角形パネルから組み立てられています。
図 1b は、5 つの正四面体のミンコフスキー和を示しています [24]。 その面は 20 個のブラックウォールナットの正三角形と 60 個のサペリの菱形です。 5 つの正四面体の均一な複合体は非常によく知られている構造であり、ミンコフスキー和はよく研究されている操作ですが、この木製モデルはこれらのアイデアを組み合わせたユニークなものです。 図 1c は、特に名前のない素敵な 90 面のフォームです。 これは、コンウェイの多面体表記法で簡潔に「jtD」と呼ばれる90面体の一種です。30個の菱形はカエデ、60個の凧形はブビンガです。
これら 3 つのモデルは、2002 年頃に、以下に詳述する方法で 1/4 インチの厚さのパネルから作成しました。 それぞれの直径は約 11 インチです。

ボリューム モデル　面から立体へと次元を上げて、図 2 は、多面体の 3D ボディを強調する 3 つの 3 インチモデルを示しています。 それぞれが無垢のバ

スウッドの立方体からカットされています。図 2a は菱形三十面体（30 枚の黄金菱形で囲まれたカタラン立体）です。 図 2b はねじれ立方体(24 の頂点のそれぞれに 1 つの正方形と 4 つの正三角形を持つアルキメデスの立体）です。コンウェイ記法で「jtT」と呼ばれるものの外接球を持つ形です。

それぞれのケースに適したカスタムマイターボックス法[10]を使用してこれらをカットしました。面のうちの 正方形面 6 枚は元の立方体の面の残骸であるため、各ステップで、元の面の切断されていない部分がマイターボックスに接することで、部分的に切断され形が変わってゆくブロックの向きを決めることができます。

図 2

エッジ モデル　エッジ モデルは 1 次元コンポーネントを強調します。 おそらく最も有名な例は、Luca Pacioli の 1509 年の著書 Divina Proportione [19] の「骨格」多面体です。 図 3a は、本（1498 年に手書き）の現存する写本のうちの 1 つから得られた 星型 20・12 面体を示しています。 パチョーリはレオナルド ダ ヴィンチとともに数年間仕事をしており、遠近法の多面体のイラストは彼の功績によるものですが、現存する画像のいずれかがレオナルドによって手描きされたものなのか、それとも失われたオリジナルのコピーにすぎないのかについては議論の余地があります。（そして、レオナルドが図面の基になっている木製のモデルの構築に関与したかどうかについての証拠はありません。）図 3b は、図面のモデルであった可能性のあるものを推測で再構成した直径 16 インチの模型です。 120 個の正三角形は、それぞれ 3 枚の桜の木を留め継ぎして組み立てるため、360 個のピースを切断し、精密な治具で組み立てる必要がありました。 図 3b のモデルは、オックスフォード大学ボドリアン図書館の展示会「Thinking 3D」[6] で、この本の 1509 年の印刷版と一緒に展示されました。
図 4 は、以下で説明する別の Pacioli の例を示しています。

図 3　図 4

頂点モデル　頂点重視のモデルは、多面体の 0 次元の頂点を強調します。 たとえば、8 個の木製の球体を接着して立方体の構造にすることができます。 または、片手で 4 つの木製のボッチャのボールを保持する自然な方法は、それらを正四面体の頂点として配置することです。 木製のビーズを多面体の形につなげたり、ユニットに球以外の形を使用したりすることで、さらに興味深い構造

を作ることができます。 典型的な球棒化学モデル（cubane など）は、頂点モデルとエッジ モデルを組み合わせたものと見なすことができます。 スティックの長さをゼロにすると、ボールが隣接して空間内の点の配置が強調されます。ここで提示する興味深い頂点モデルがないので、イラストは読者の想像に任せますが、概念的なアートワークとして、27 個の木製の立方体をより大きな 3×3×3 の立方体に接着して視覚化することをお勧めします。そうすれば、それを頂点、エッジ、面、およびソリッドモデルとして同時に見ることができます。

美術における多面体のサンプリング

パチョリは木製の多面体モデルを携えて旅をし、講義の際にそれらを教訓的に使用しました。 1400 年代後半に、フィレンツェ市が一般公開のためにセットを購入しました [20]。パチョリはレオナルド ダ ヴィンチと関係がありましたが、彼の本は数学を教えることを目的としており、芸術の聴衆に向けられたものではありませんでした。 多面体の例を強調する芸術と遠近法の文学の別の伝統は、芸術家のために書かれました。 Piero della Francesca、Daniele Barbaro、Lorenzo Sirigatti、Jean Cousin、Jean-Francois Niceron、Albrecht Durer、Lorenz Stoer、Hans Lencker、Wentzel Jamnitzer などによる遠近法に関する有名な論文は、それぞれ興味深い多面体に敬意を表しています [16, 22]。 正確な幾何学的形状は、3D オブジェクトと 2D 投影の間の関係を明確に理解する必要があるため、熟練した技術を誇示するための強力な例です。 これらの作品は、プロの芸術家の実践において、多面体が研究に値する対象であり、その構造的規則性に鮮明な美しさを持っていることを明らかにしています。

図 5

図 5 は、ジャック オザナムの 1693 年の La Perspective Theorique Et Pratique、Alain Manesson Mallet の 1702 年の La Géométrie Pratique、ブルック テイラーの 1715 の Linear Perspective、および Thomas Malton の 1775 年の A Compleat Treatise on Perspective の理論と実践の各 1 枚のプレートを示しています。 それらの謎めいた巨大な多面体は何であると思われますか? それらはどのような材料で作られますか？ 人間は彼らとどのように交流することが期待されていますか？ 建築と正式な造園に比べてそれらの規模が大きいことは、芸術的思考において多面体に概念的な重要性を与える美学を著者が共有していたことを示しています。 これらの想像力のモニュメントは、構造、調和、単純さ、秩序の本質的な価値が数学と芸術をどのように結びつけるかを表しているようです。 同様の概念は、多くの現代彫刻に引き継がれてい

るようであり、多くの現代作品は多面体モデルにすぎません。
私はパチョリの有名な模型を木製で復元したものを数多く見てきましたが、レオナルドをたたえた博物館の展示会で時々見られます。(この文脈での再構築者のエッジのプロポーションがレオナルドの図面と大きく異なる場合、私はよく驚かされます。) 1990 年代半ばに、私は図 4a に基づいて桜材から直径 16 インチの切頂二十面体を作成し、それを祝う展示会用に完全なセットを作成することを提案しました。 2009 年に出版 500 周年を迎えましたが、適切な会場がありませんでした。しかし、図 4b に示すように、2003 年に Gary Moresky による記念碑的な建造物を見てとてもうれしく思いました。
この印象的な裏庭の彫刻は、2×2 の杉の梁を切り取り、接着し、ねじ止めして作られています。 それは確かに、図 5 に見られる空想の記念碑的な願望を体現しています。
数年後の 2006 年、アイ ウェイウェイは職人を雇い、伝統的な日本の治具を使用して、黄花梨の木から同様の(直径 9 フィート)切頂二十面体エッジモデルを作成しました。 彫刻家および活動家としてのアイ ウェイウェイの国際的な名声により、この作品はほぼ 25 万ドルで販売され、現在はロサンゼルス カウンティ美術館で見ることができます [1]。 興味深いことに、ウェイウェイは、レオナルド・パチョリの絵を知らなかったと報告していますが、代わりに、切り取られた二十面体のような形をしたプラスチック製の猫のおもちゃを拡大するように従業員に指示しました. よく調べてみると、私が見た他のすべての切頂二十面体エッジモデルの単純な突き合わせジョイントとは異なる方法で、梁が内部に重なり合っていることがわかります。
20 世紀の彫刻家トニー スミスは、四面体と八面体の大規模な集合体であるムーンドッグ、スモーク、スモッグ、スマグの一連の彫刻で有名です。 四面体は規則的ですが、八面体は１つの三回対称軸に沿って引き伸ばされています。 ユニットは三角形の面で結合して、ダイヤモンド結晶格子のファセット モデルを効果的に作成します(各炭素位置に四面体があり、コネクタとして八面体があります)。 スミスは、ニュージャージー州ニューアークの芝生で大きな合板モデル(黒く塗装) を作ることから始めた後、それらを金属で製作しました。 得られた形は、視点によって異なる方向に傾いて見えるという驚くべき効果があります。これが単純な多面体からどのように現れるかは驚くべきことです。
20 世紀のミニマリスト、ソル・ルウィットとドナルド・ジャッドはそれぞれ、立方体に基づいた多くの彫刻的探求を行いました。 それらは具体化され、解剖され、分解され、さまざまな方法でより大きな構造に凝集されるため、立方体の形だけでなく、それらの意図にははるかに多くのものがあります. Lewitt は次のように述べています。 「それは、より精巧な機能の基本単位、つまり作業

が進む可能性のある文法装置として使用するのに最適です。」 しかし、文字通りの面では、概念的なアイデアは別として、これらの作品の多くは単なる大きな木製の立方体です。
Frank Stella の最近の Stars シリーズでは、小さな星型十二面体のさまざまなリフを探っています。 多くは、湾曲したエッジと表面要素を備えた成形材料を使用しているため、基礎となる多面体の厳密なジオメトリからそれらを遠ざけています。 しかし、まっすぐなエッジまたは平面を持つ他のものは、基本的に大規模（直径 5 ～ 12 フィート）の木製エッジまたは小さな星型十二面体の面モデルです。
オラファー・エリアソンの作品を探索すると、多面体の形に触発された膨大な数のモデルやアートワークに出くわします[4]。 たとえば、彼の「The Missing Part Found」では、慎重にマイター加工された凧形二十四面体のナシ材エッジモデルと、その双対の菱形立方八面体の細い金属ロッド エッジ モデルを取り上げています。「The Missing Part Remided」では同様にナシ材で木製四方六面体エッジ モデルと、その双対の切頂八面体の細い金属ロッド エッジ モデルを組み合わせています。

この多面体サンプリングを日本の数学者・菱田為吉（1863-1943）の研究で締めくくりたいと思います。 彼が東京物理学校で教鞭を執り、大正天皇の家庭教師でもあったこと以外は、彼の生涯についてほとんど何も知りませんでした。（彼は明らかに芸術家の出身で、画家の菱田春草の兄でした。）私が今まで見た中で最も驚くべき無垢材の多面体を構築したので、彼を優れた芸術家としてここに挙げます。 現在、東京理科大学近代科学博物館に展示されている 47 のモデルのコレクションには、ケプラー・ポアンソ多面体、各アルキメデス立体と双対のカタラン立体の複合体、鏡像の複合体など、多くの非凸型の例が含まれています[13]。 図 6a は、ねじれ十二面体とその双対である五角六十面体の複合体を示しています。 これは、アルキメデス・カタラン立体の中で最も難しく複雑な双対であり、それが見事に細工されているのを見るのはこの上ない喜びです. このキラルな形状を木の固いブロックから手作業で正確にカットするには、驚異的な職人技だけでなく、アーティストとしてのビジョンとモチベーションも必要です。 図 6b は、五角六十面体とその鏡像の複合体の同様に見事な彫刻を示しています。 私はこれまで多面体の探索を行ってきましたが、この難しい複合体の物理モデルを見たことはありません。 図 6c は、別のユニークな例を示しています。 定型的な名前はありませんが、60 個の凧形と 90 個の菱形で構成され、コンウェイ記法では「jsD」と呼ばれます。 これは、図 6a に示されている複合体の凸包であるため、彫刻プロセスの中間段階を示していると推測

します。
菱田はモデルをのこぎりを使って手作業でカットし、ノミで凹みを彫ったようです。 くっきりとした線が描かれ、エッジが強調されています。 彼はまた、教育モデルを作成し、立方体から開始して正十二面体、正二十面体、または菱形三十面体を作成する際のガイドラインと最初のカットを示しました。
それらは、彼がエイブラハム・シャープの 1717 の方法 [10] に似た方法を使用したことを示していますが、菱田は非凸モデルに進み、シャープは凸の例に限定していました。 菱田の方法がシャープの立体模型製作に関する本から派生したものなのか、それとも彼の独創によるものなのかはわかりません。

図 6

面モデルの構築方法

多面体を研究することは、数学的美のエレガントな世界への入り口を提供します [3]。 木製の多面体を構築することは、数学や芸術における長い文化的伝統と私たちを結びつけるだけでなく、正確な幾何学的思考の世界に私たちを没頭させます. 詳細な手順を説明するスペースはここにはありませんが、以下の方法の概要は、一般の読者向けに幅広い原則を説明しており、経験豊富な木工職人なら誰でも製造の詳細を記述できるはずです.
面モデルは、初心者には最も簡単です。 最初にモデルを選択し、その面の形状と二面角を決定します。 利用可能な場合、レーザーカッターは正確な多角形をカットできますが、木材の厚さはレーザー出力によって制限されます。 帯鋸または糸鋸を使用すると、任意の形状と厚さの多角形をすばやく切断できますが、エッジは正確にまっすぐではありません。 対照的に、テーブルソーとラジアルアームソーは非常にまっすぐなエッジを生成しますが、安全上の懸念があります。 私が好む解決策（レーザー切断ではない場合）は、最初に帯鋸で大まかに切断し、次にディスクサンダー（どの鋸よりも安全です）を使用してエッジを平面にし、まっすぐにすることです。 最初に、正確な面のテンプレートを作成します（面の種類ごとに）。 純粋主義者は、定規とコンパスの構成によって面のテ

ンプレートを作成できますが、描画プログラムを使用してカードストックに印刷する方が簡単です。 テンプレートを長持ちさせるには、合板またはアクリルの薄いものをレーザーで切断するのが最適です。 テンプレートを（鉛筆を使用して）木材に適切な回数トレースし、線のすぐ外側を切り取ります．ディスクサンダーを使用して、目的の二面角の半分だけテーブルを傾けて、ラインまで正確に研磨します。 適合をテストし、紙やすりで磨いた合わせ面に接着剤を刷毛塗りし、マスキングテープを使用して面を組み立て、接着剤が乾くまで所定の位置に保持します。 大きなモデルの場合は、強度を高めるために内部サポートを即興で作ります。乾いたら、テープをはがし、はみでた接着剤をきれいにし、必要に応じて表面を研磨し、仕上げを行います．図 1 の例は、この方法で作成されました。

良いスタートプロジェクトは正十二面体です。 その二面角は 116.5 度なので、各エッジはその半分の角度で面取りされます。 テーブルゲージは、木材の表面に対して 90 度研磨するときに 0 を読み取るように設定されているため、テーブルの傾きは二面角の半分の補数、つまり 31.75 度に設定する必要があります。私は高校のショップの先生と協力して、合板から正十二面体を作る方法を学生に教えました。そして、それが数学のカリキュラムとうまく結びついた非常に満足のいく実践的な活動として成功することを発見しました．多くの多面体はこの方法で作成できますが、最も単純な多面体（正四面体）が最も難しいことには驚かれるかもしれません。 二面角が 70.5 度で、エッジが非常に鋭いため、研磨機のテーブルを 45 度以上傾ける必要がありますが、これは一般的な工場設備では不可能です。

この方法は、非凸多面体および複合体にも適用できます。 塗装された木材の面モデルとしてレンダリングされた大規模な非凸多面体のいくつかの印象的な例については、Dale Seymour の野外サイズの 5 つの四面体の複合体と、それぞれ直径 4 フィートを超える 5 つの立方体の複合体を参照してください [21]。(そのスケールでは、面取りを行うには、研磨よりものこぎりの方が適切です。)

図 7

図 7 は、直径約 6 インチの 3 つの非凸モデルを示しており、双対の関係にあるプラトン立体を示しています。 私はこれらの各モデルを 2 段階で作成しました。最初に、上記のようにカエデ材から面モデルを作成し、次に各面に黒いクルミ材の小さなピラミッドを追加して、相互貫通する双対多面体を提案しました。 これらは模型が 25 年を経たときの写真で、多くの教室や講堂を回った後です。広葉樹が教育モデルに適した非常に頑丈な素材であることがわかりま

す。

エッジモデルの構築方法

初心者にはエッジモデル（図 3b と 4b）はお勧めしません
短い面取りされた端でストラットをしっかりと合わせるために正確な治具が必要なためです。代わりに、私の 2003 年の彫刻「Mother and Child」(図 8) は、レーザーカッターを利用できる場合のより簡単なテクニックを示しています。この 10 インチの彫刻は、厚さ 1/4 インチのアスペンから作られた 2 つの独立したオーブで構成されています。 内側は (2,1)-Goldberg 多面体 [8] の面モデルです。 レーザーカッターを使用して、12 枚の正五角形と 60 枚の不規則な六角形を作りました。 外側のオーブは、(3,1)-Goldberg 多面体のエッジモデルです。その 132 の面は、それぞれ 1 つの中空ピースとしてカットされました。小さな五角形が 12 個と、わずかに不規則な六角形の 2 つの形状がそれぞれ 60 個あります。 レーザーカッターは、パネルの開口部に簡単に穴を開けることができるため（バンドソーなどとは異なります)、この方法では中空面を簡単に作成できます。 べベルをやすりがけするときは、レーザーカットのエッジの直前で停止し、エッジを強調するために暗いマージンを残しました. 各中空面は 1 つのユニットであるため、このスタイルはエッジモデルと面モデルのブレンドと見なすことができます。 開口部のサイズを選択すると、どちらかの解釈を強調できます。

図 8

図 9

ソリッド モデルの構築方法

ソリッドモデルには、立体幾何学の習熟が必要です。 切頂 X 面体は、文字通り X から角を切り落とすことで作成できますが、カットに適切な角度と深さを生成するプロセスを設定するには、数学的注意が必要です。 立方体などの材料の生のブロックから始めて、部分的に切断されたブロックの表面に対してスライス面を正確に配置する一連の手順を実行する必要があります。
教育のための数学的モデルは 19 世紀にドイツで作成され、その多くが無垢材の多面体を含む歴史的なコレクションとして保存されています。
しかし、それらがどのように生成されたかはわかりません。 1717 年のシャープの無垢材の多面体のうち 3 つは現存し、ブラッドフォードの博物館に展示されています。 彼の方法は十分に文書化されています [10]。
キャビネット製作と建築木工の伝統では、無垢材の多面体を教会の塔の装飾や、

階段の手すりの頭の飾り、および同様の装飾品として使用する長い歴史があります. 包括的な参考文献は Holtzapffel によるもので、彼は 1856 年に、テーブルソーを使用してさまざまな幾何学立体を作成するための治具、角度、および一連の切断について説明しました。 彼はそれをレクリエーション活動と見なし、次のように結論付けました。 「機械のアマチュアは、それがいくぶん魅力的な研究であることに気付くでしょう」[14]。 しかし、キャビネット製作の文献で私が見た他のテキストと同様に、彼が提示した作り方は、正十二面体と 正二十面体を 5 回対称軸の中心で切断する素朴な方法であり、1717 年に Abraham Sharp によってすでに詳細に説明されているエレガントな方法を見逃しています [10]。
ユークリッドは立方体に 6 つの「屋根」を追加して正十二面体を構築したことで有名です。 彼の方法は、正十二面体の 2 回対称 軸のうちの 3 つを、立方体の 3 つの 4 回対称軸と、洞察力をもって整列させます。 これは、立方体の 6 つの面上で 正十二面体の 6 つの辺を中央に配置することになります。 立方体の面と 正十二面体の面の間に 31.7 度の角度があることを確認した後、この角度で 12 回カットするようにのこぎりをセットして、正十二面体の内部以外のすべてを立方体から取り除くのは簡単です。 この重要な洞察は、正十二面体と正二十面体だけでなく、正二十面体対称性を持つ他の多くの多面体をカットするためにシャープによって使用されました。 一度理解すれば、その考えは非常に基本的で自然なものであり、ミニー・グリデンによる 1906 年の本で、こどもの才能を引き出すフレーベル幼稚園の活動としてさえ提案されています[5]。ただし、木のこぎりを使う代わりに、彼女は粘土の立方体をナイフで切ることを提案しています。 現在、YouTube には、同様の方法を示す多くの木工ビデオがあります [23]。
非常に精密な木製の多面体は、幾何学的パズルの製造における構成単位としてよく使用されます。Stewart Coffin が、切頂八面体、菱形十二面体などをテーブルソーで正確に切断するための治具の作成方法とスライドテーブルの使用方法について詳しく説明しています。[2] 適切な切断角度に合わせて調整された同様のセットアップによって、理論的には任意の多面体を生成できます。 中川宏は、すべてのアルキメデスの立体を含む美しいモデルをヒノキ材から作成するために使用する方法を説明するパンフレットを作成しました [17]。（場合によっては、彼は最初に下準備の目的でのみ使用される一時的なファセットをカットします。） 経験豊富な木工職人は、興味深いソリッド多面体を作成するために鋸をセットアップするための十分な参考資料としてこれらを見つけるはずですが、多くの安全上の問題があるため、私は初心者にはテーブルソーをお勧めできません。かなりの数の木工職人が、10 本未満の指で歩き回っています。代

わりに、のこぎりよりもパワーディスクサンダーを使用して始める方が安全であることをお勧めします．サンダーは、のこぎりとは異なる方法で材料を除去します。ワークピースは、のこ刃の平面に沿って移動するのではなく、ディスクの平面内に移動します。 したがって、プロセスはわずかに異なりますが、必要な基本的な幾何学的知識（平面間の角度と除去する材料の深さ）は変わりません。
図 9a は、1.5 インチのパイン材の立方体からこの方法で生成されたプラトン立体とアルキメデス立体を示しています。いくつかの角柱と反角柱が含まれており、正多角形の面と一様な頂点を持つ同じファミリに属しています。 図 9b と 9c は、大菱形二十・十二面体と、同様に紙やすりで磨いて作成された、しかしより大きな 4 インチの立方体から作成されたねじれ十二面体を示しています。 必要な角度と深さは、幾何学文献［3、12、18］の参照から計算できます。 この論文の補足［9］には、技術的な詳細が記載されています。

おわりに

時代を超越した美しさ、シンプルさ、対称性を備えた多面体は、人間の想像力にとって不可欠なオブジェクトです。 木製の多面体を構築することは、プラトニックな定式化からルネッサンスを経て、抽象的でミニマリストな 20 世紀の芸術に触れ、そして現在に至るまで、何世紀にもわたる不朽のアイデアと私たちを物理的に結びつけます。 それらは、大きなサイズ、価値のある素材、および、または優れた職人技によって高められると、さらに壮大になる可能性がありますが、心の目でそれらを鑑賞することが重要な出発点です．最終的には、プラトン立体、アルキメデス立体、カタラン立体、対称多面体、双対多面体、複合多面体などのカテゴリを体系的に検討することになるかもしれませんが、刺激的な形を選び、それを作成するために必要なことは何でも行うことから始めることをお勧めします。 その過程で、その頂点、エッジ、面、および堅牢性を知ることができ、木材の自然な特性をよりよく理解できるようになります。つまり、一般的な機器で形成するのに十分なほど柔軟でありながら、その形状を何十年も保持するのに十分な強度があることです。 机の上に置かれたエレガントな木製モデルは、時代を超越した純粋な幾何学の具現化です。 あなたや通行人がそれを手に取り、触り、回転させせると、形を本質に還元することが気を散らすものを避け、シンプルさの美しさを再確認する方法であるというミニマリストのアイデアが明らかになります。多面的な体験をお楽しみください！

References

[1] Ai Weiwei, Untitled,

https://www.sothebys.com/en/auctions/ecatalogue/2008/contemporary-art-asia-n08419/lot.67.html
[2] Stewart Coffin, Puzzle Craft, 1992, https://johnrausch.com/PuzzleCraft/pc92.pdf
[3] H.S.M. Coxeter, Regular Polytopes, Dover, 1973.
[4] Olafur Eliasson, https://www.olafureliasson.net/
[5] Minnie M. Glidden, A Mathematical Study: Froebel's Building Gifts, Pratt Institute, 1906. https://babel.hathitrust.org
[6] Daryl Green and Laura Moretti, Thinking 3D, Bodleian Library, 2019.
[7] University of Groeningen, Historical mathematical model collection, http://www.math.rug.nl/models/
[8] George Hart, "Goldberg Polyhedra," Chapter 9 in Shaping Space, Marjorie Senechal (ed.), Springer, 2012.
[9] George Hart, "Constructing Wooden Polyhedra with a Sander" supplement at https://archive.bridgesmathart.org/
[10] George Hart, "The Multifaceted Abraham Sharp," in Michele Emmer and Marco Abate, Imagine Math 8, Springer, 2022.
[11] George Hart and Henry Picciotto, Zome Geometry, Key Curriculum Press, 2001.
[12] Urs Hartl and Klaudia Kwickert, "Constructing the Cubus Simus and the Dodecaedron Simum via Paper Folding,"
Geometriae Dedicata, 166, 2013, pp. 1-14.
[13] Tamekichi Hishida, Polyhedra,
http://woodenpolyhedra.web.fc2.com/tamekiti.html (web page by Hiroshi Nakagawa).
[14] Charles Holtzapffel, Turning and Mechanical Manipulation, Vol. II, Holtzapffel, 1856, pp. 769-782.
[15] Craig Kaplan and George Hart, "Symmetrohedra: Polyhedra from Symmetric Placement of Regular Polygons,"
Proceedings of Bridges 2001, Reza Sarhangi and Slavik Jablan (eds.), Southwestern College, Winfield, KS, pp. 21-29.
[16] Martin Kemp, The Science of Art, Yale, 1990.
[17] Hiroshi Nakagawa and Ikuro Sato, Wooden Polyhedra, 2011, ISBN 99058-801-4, (translated by Jon Flory Schrock).
[18] Alexander Ostermann and Gerhard Wanner, Geometry by its History, Springer, 2012.

[19] Luca Pacioli, De Divine Proportione, manuscript 1498, Silvana fascimile reproduction, 1982.
[20] Carlo Pedretti, Leonardo: A Study in Chronology and Style, Thames and Hudson, 1977.
[21] Dale Seymour, Sculpture, https://seymoursculpture.com
[22] Kim Veltman, Linear Perspective and the Visual Dimensions of Science and Art, Kunstverlag, 1986.
[23] YouTube https://www.youtube.com/watch?v=AS7BY4MNRb0, https://www.youtube.com/watch?v=4HcFfX2aE-8, https://www.youtube.com/watch?v=Inv1PUa-bi8
[24] Doug Zongker and George Hart, "Blending Polyhedra with Overlays," Proceedings of Bridges 2001, Reza Sarhangi and Slavik Jablan (eds.), Southwestern College, Winfield, KS, pp. 167-174.

謝辞: 菱田為吉の作品を紹介し、図 6 の写真を提供してくれた中川宏に感謝します。