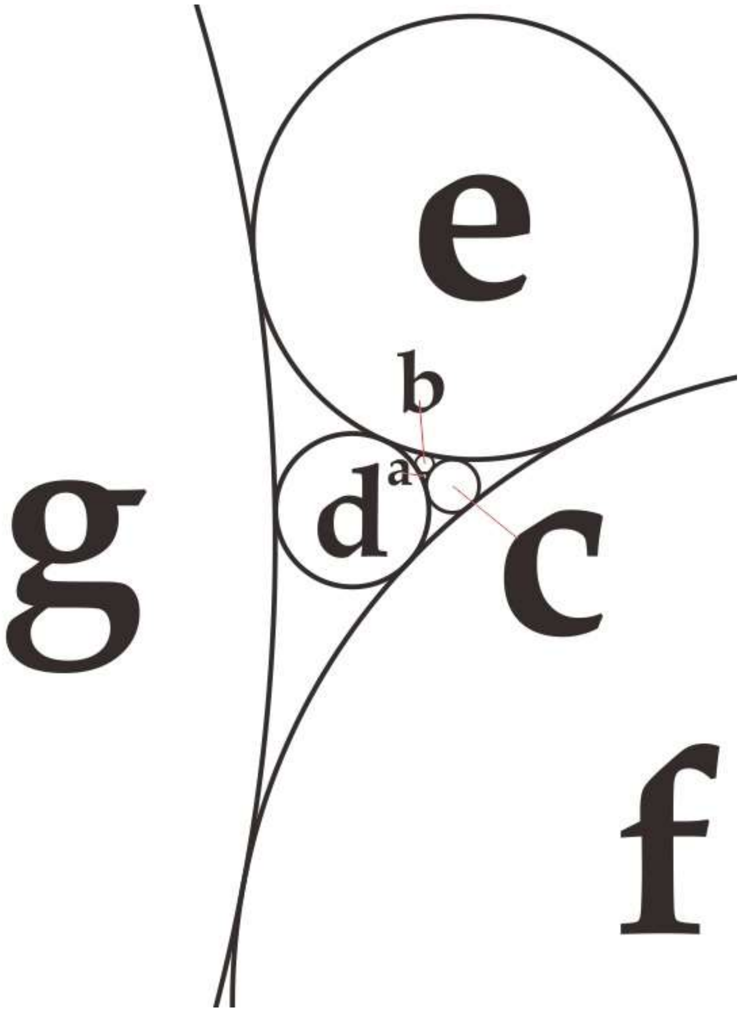
黄金比円による非周期的な平面充填

中川宏

＜黄金比円敷き詰め問題＞
条件１：円径比に黄金比が含まれること。
条件２：全ての隙間が３つの円弧に囲まれること。（ただし３つの円弧が全て同じであってはならない。）

これまでに４つの周期的なタイプが確認されているが、非周期的なタイプも存在することに気づいた。



相互に外接する円の径の比が$(\tau + \sqrt{\tau})$であるときには、らせん状に無限大にも無限小にも平面を充填する。（wikipedia「黄金比」より）

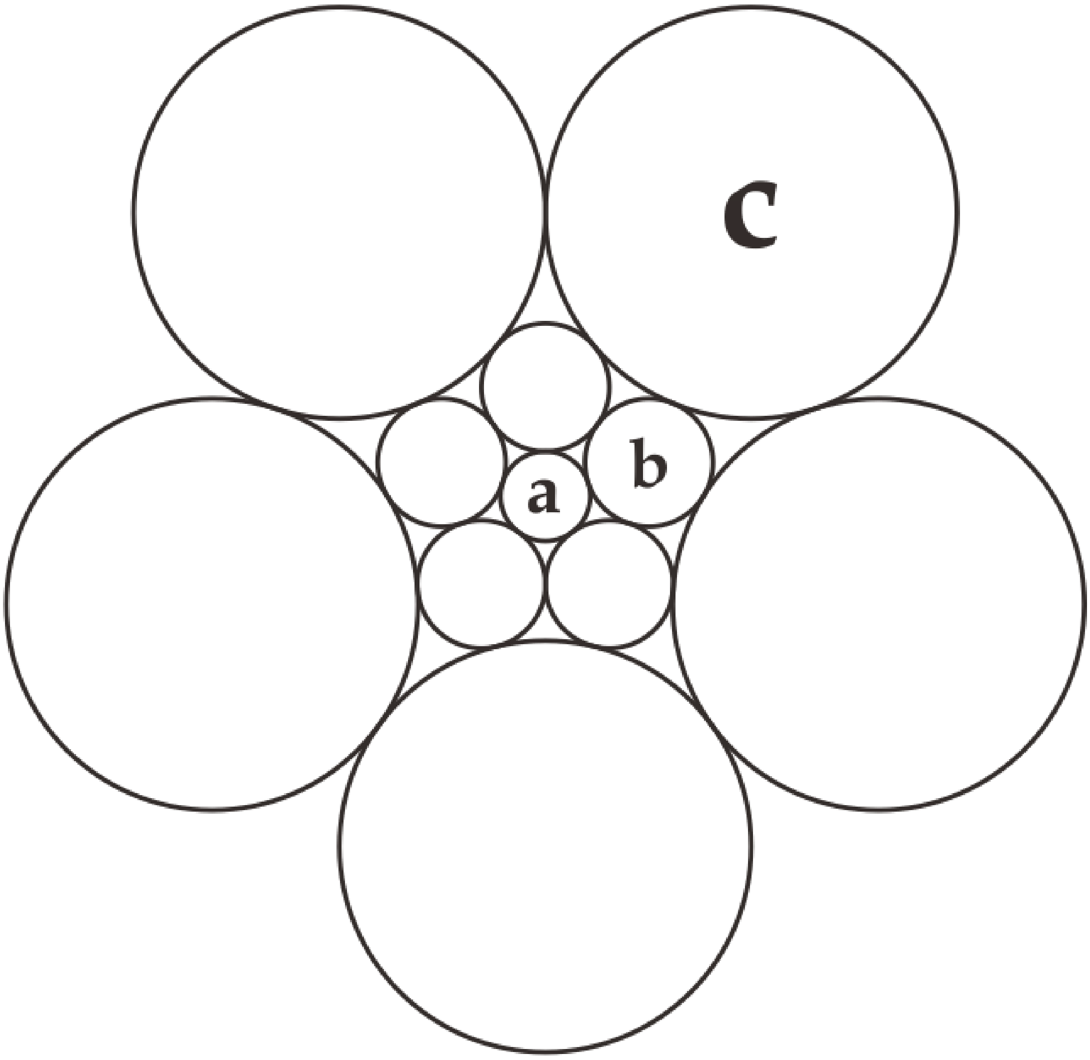
また、同心円状に正五角形の頂点に同径の円が配置するときにも、円径比は黄金比となる。下図では、b=1 とすると、

$a=\frac{\sqrt{20(2+\tau)}}{5}-1,$　　c は、４次方程式

$c^4+(-28+16\tau)c^3+(230-144\tau)c^2+(-28+16\tau)c+1=0$

または、$\tau^4c^4-4(2+\tau)c^3+2(14-15\tau)c^2-4(2+\tau)c+\tau^4=0$

の解のひとつであるが、その計算は私の手に負えない。
概算値は、3.2170153 である。



同様に、正十角形状など正 5^n 角形状に配置するときも円径比は黄金比となるだろう。