

日本の伝統文様における 17 種類の文様群

中川宏

しきつめ模様のパターンは文様群(wallpaper group)とよばれ、1891年に Evgraf Fedorov によって 2次元空間内での繰り返しパターンが 17種に大別されることの証明が試みられ、1924年に George Pólya によって証明が完成されたといわれている。

この 17種類のパターンについては、オランダの不思議絵版画家マウリッツ・エッシャーが、スペインのアルハンブラ宮殿に行って刺激を受けて独特の創作を始めたという逸話とともに、中世イスラム美術・幾何学の完成度の高さを示す象徴ともなっている。

これに比して、日本の伝統的な文様については、高名な数学者の中村義作先生ですら、「残念ながら、17種類のうちごく一部しかないようですね。」(「美の幾何学」伏見康治・安野光雅・中村義作著、早川書房 1979年初版、2010年文庫本 101p)とされているように、少なくとも国内では低い評価に甘んじているようである。



しかしながら、調べてみるとごく一部の研究者によって今世紀に入ってからになるが、日本の伝統文様の中に 17種類の文様群がすべて含まれていることが確認されていた。その代表作は、「山東京伝伝来の小紋文様と葛飾北斎伝来の小紋文様の比較検討—17種類の対称性の群の観点より—」(利根安見子、サキャラタ、上野勝代、近藤誠造、2008年)である。この4人は、医学生、ネパールからの留学生(建築)、家政学部の先生、そして図学の先生という異色のとりあわせによって、葛飾北斎の作品の中に 17種類の文様群が網羅されていることを、日本で初めて報告するという快挙を成し遂げた。


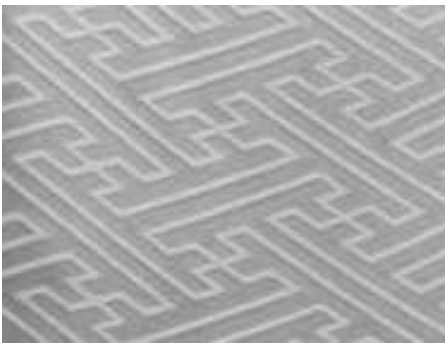

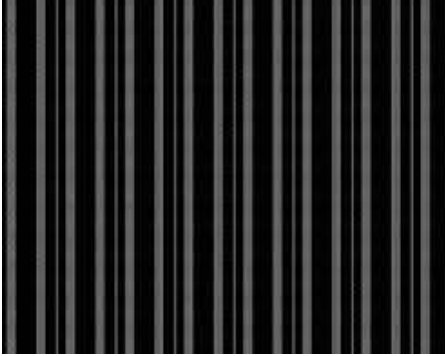

次に課題となるのは、北斎という江戸後期の天才絵師だからこそすべての文様群を描くことができたのかという点であるが、北斎以前の伝統文様を調べてみても、すでに 17種類の文様群は存在していたことがわかった。この作業は私が今回独自に行ったのであるが、その後インターネット上に、2011年に亡くなった茨城大学のト部東介先生(数学)が同様の調査結果を残しておられることを知った。

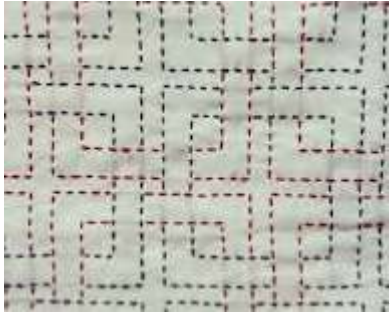
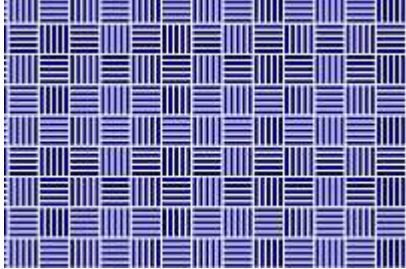
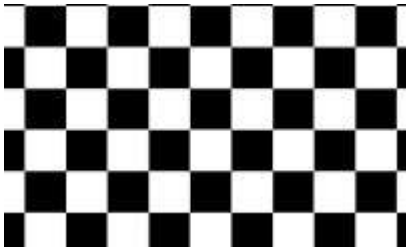



<http://faculty.ms.u-tokyo.ac.jp/users/urabe/patrn/Pattern.html>


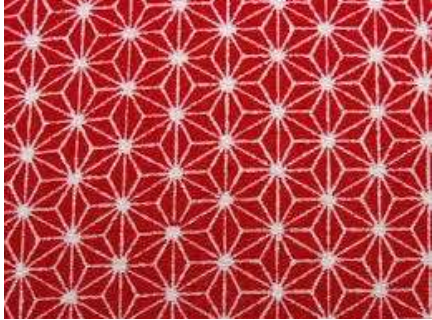
そこでト部先生は「長い間、ただ一種 p3 の例が日本の伝統文様にあったのか確認することができませんでした。2002年暮れに京都府立大学、利根安見子先生、近藤誠造先生より、日本の伝統文様の p3 型の例のご指摘を受けました。両先生に感謝します。」と記している。今回私が調べた際にも最後に残ったのが p3 型であったので、たいそう親しみを感じた。

問題は、このような研究が埋もれてしまっていて、数学界で広く認知されていないことであろうと思う。日本独自の数学・和算が見直されなければならないのと同様に、日本の伝統文様の豊かさ・素晴らしさも見直されなければならない。アルハンブラ宮殿だけではなく、日本の伝統文様にも文様群 17種が網羅されていることが常識になってほしいという願いを込めて、以下特になじみの深い文様を選んで紹介したい。

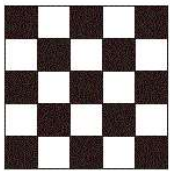
回転対称性	タイプ	判定基準	代表例
1	p1	回転対称軸なし 鏡映軸なし すべり鏡映軸なし	 <p>雲立涌</p>
	pg	回転対称軸なし 鏡映軸なし すべり鏡映軸あり	 <p>鎌輪ぬ</p>
	pm	回転対称軸なし 鏡映軸あり	 <p>桐立涌</p>
	cm	回転対称軸なし 鏡映軸あり 鏡映軸上にないすべり鏡映軸がある	 <p>青海波</p>

2	p2	<p>2 回回転対称軸あり 鏡映軸なし すべり鏡映軸なし</p>	 <p>子持吉原</p>
	pgg	<p>2 回回転対称軸あり 鏡映軸なし すべり鏡映軸あり</p>	 <p>紗綾形</p>
	pmg	<p>2 回回転対称軸あり 鏡映軸あり 直交する鏡映軸なし</p>	 <p>山路文</p>
	pmm	<p>2 回回転対称軸あり 鏡映軸あり 鏡映軸は直交する 回転軸はすべて鏡映軸上にある</p>	 <p>両滝縞</p>
	cmm	<p>2 回回転対称軸あり 鏡映軸あり 鏡映軸は直交する 鏡映軸上にない回転対称軸がある</p>	 <p>松皮菱</p>

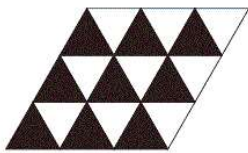
4	p4	4 回回転対称軸あり 鏡映軸なし	 <p>角繋ぎ</p>
	p4g	4 回回転対称軸あり 鏡映軸あり 4 5 度の鏡映軸なし	 <p>五崩し</p>
	p4m	4 回回転対称軸あり 鏡映軸あり 4 5 度の鏡映軸あり	 <p>市松</p>
3	p3	3 回回転対称軸あり 鏡映軸なし	 <p>鶴亀甲</p>
	p31m	3 回回転対称軸あり 鏡映軸あり 鏡映軸上にない回転対称軸がある	 <p>毘沙門亀甲</p>
	p3m1	3 回回転対称軸あり 鏡映軸あり 回転対称軸はすべて鏡映軸上にある	 <p>毘沙門亀甲</p>

6	p6	6回回転対称軸あり 鏡映軸なし	 六つ手卍
	p6m	6回回転対称軸あり 鏡映軸あり	 麻の葉

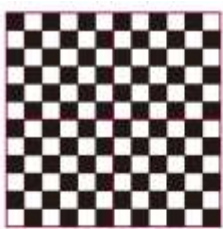
つぎに、文様群の17種類を比較しやすいように、1回、2回、4回の回転対称群は市松模様のバリエーションとして、3回、6回の回転対称群はウロコ模様のバリエーションとして描いてみよう。



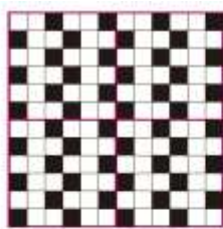
市松模様



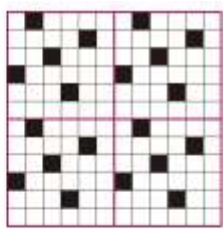
ウロコ模様



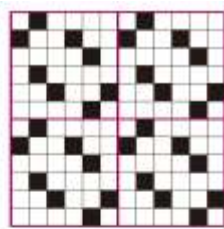
p4m



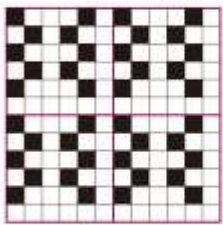
pmg



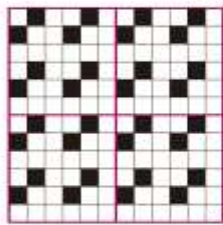
p4



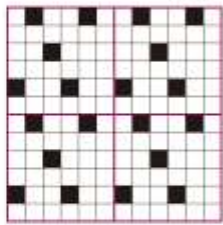
p4g



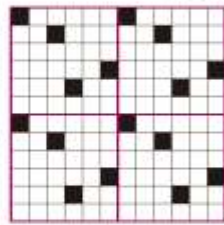
pmm



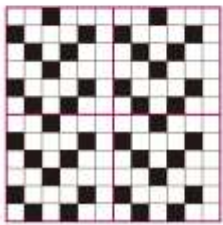
cmm



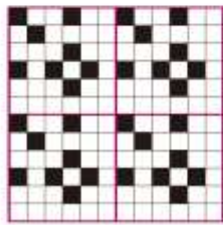
p2



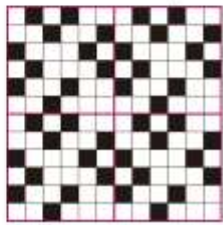
pgg



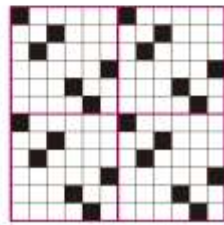
pm



cm



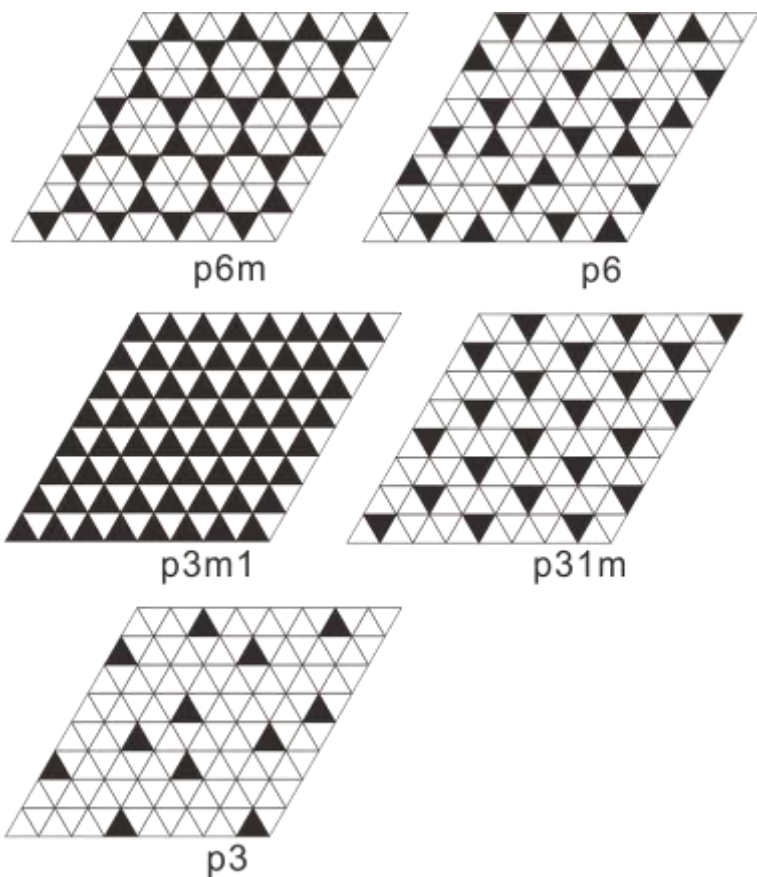
p1



pg

上の12種類の文様群を同じサイズの市松文様で表示するためには、 6×6 のマスを平行移動による敷き詰めの基本領域とする必要があった。ただしそれだけでは文様の特徴がつかみにくいので、4倍サイズで一覧表にした。

同様に、下の5種類の文様群については、 4×4 の菱形を最大の基本領域として、その4倍サイズのウロコ模様で示している。



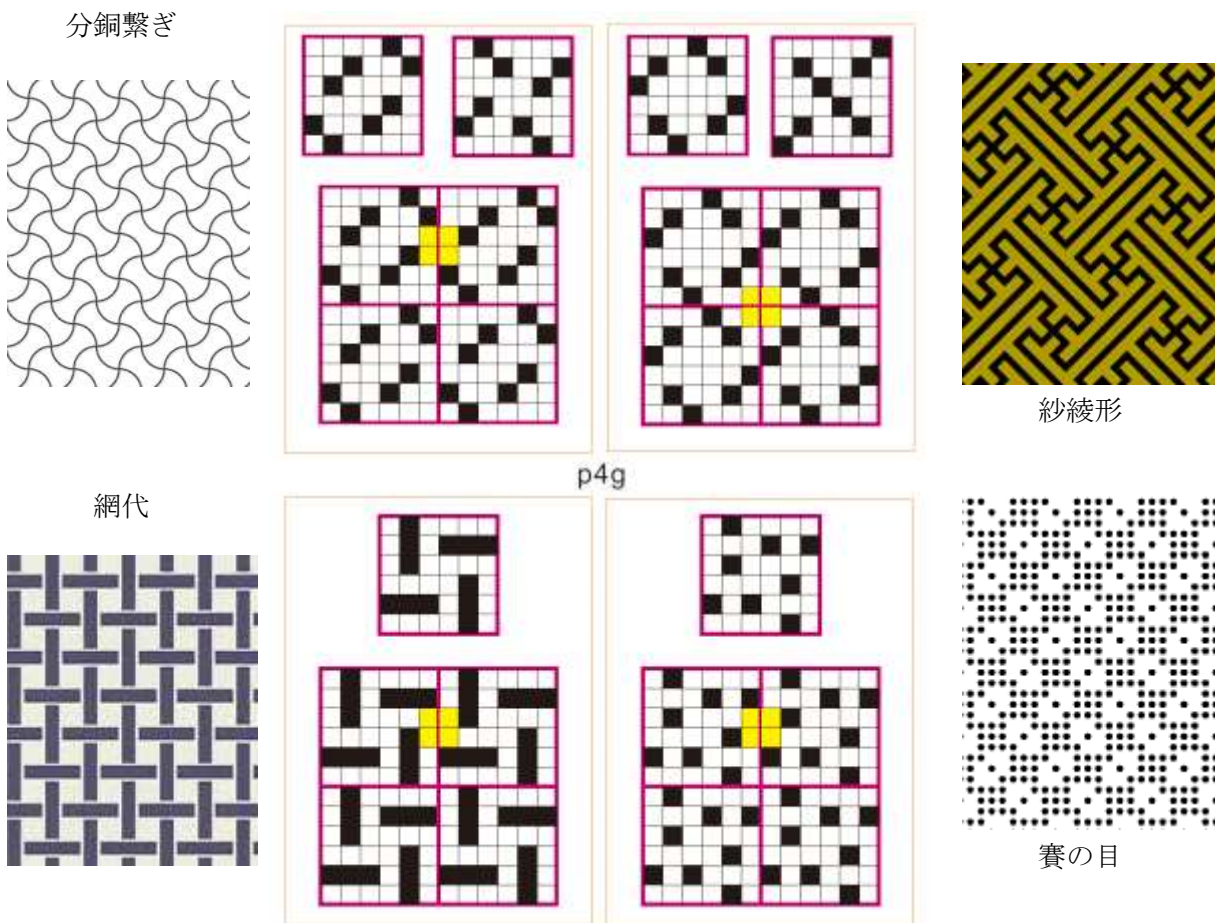
さて、市松模様の基本領域が 6×6 の方眼であったのは、**p4g**パターンを作るために必要な最小サイズであったからである。この点にも示されているように**p4g**パターンは複雑に込み入っていて人を惹きつける不思議な魅力を持っている。

自分で作ってみようとする、結構難しく、面白い。

試行錯誤の結果、 6×6 の方眼を4等分して、 3×3 の方眼とし、そこに作った模様を4分の1回転ずつさせたものを同じ回転方向に並べていくとできることが分かった。そのさい、結果的に別の文様群となってしまうものを除くと、以下の図の 12×12 の方眼で示した4つのバリエーションがあることが

はっきりした。いずれも、左右鏡映や白黒反転は同じとみなし、また、黄色い四角の4マスと同等の所を黒く塗りつぶすものも同じとみなした。黄色い四角の周りに着目すると、そこから風車のように伸びる腕の長さが1, 2, 3, 4のパターンが見て取れるだろう。

改めて日本の伝統文様をみてみると、これら4つのバリエーション全ても出揃っていることが分かる。



p4g の4つのバリエーションの一つ紗綾形については、パズルのように込み入っているので詳しく見てみよう。下図上部右側の6×6マスの基本領域では、4枚羽の風車のようにしか見えないが、上部左の7×7マスを基本領域の4分の1とすると、いかえると下図下部のように14×14マスを基本領域とすると、風車の羽に装飾をつけることができ紗綾形文様となる。中国伝来の文様とのことであるが、よくもこのように精緻な文様を考案したものだと思う。

時代を超えて受け継がれていく文様には、幾何学的な面白さが備わっていることを改めて実感することができた。

